Ripensiamo alla divisione

Monica, Falleri, Rossana Nencini, Antonio Moro, 2013

Documenti Consultati: UMI 2001- Numero elementare(da cui si ricava l'ipotesi di percorso) \ INVALSI \ Power Point Del Monaco

Da UMI 2001- "*Fra il secondo e il terzo anno è bene che siano proposti ai bambini vari problemi di divisione, avendo come obiettivi l'acquisizione dei significati fondamentali della divisione e la costruzione della procedura di calcolo scritto dell'operazione. Se è opportuno tenere distinti i due obiettivi, tuttavia è necessario considerare il contributo che il lavorio sulle strategie di calcolo attivate prima dell'introduzione della tecnica di calcolo scritto dà alla costruzione dei significati della divisione. ....L'insegnante deve considerare che il tempo impiegato a svolgere il percorso, così com'è indicato, è tempo che si guadagna nel minor tempo da dedicare alla memorizzazione della procedura, che risulta padroneggiata con più consapevolezza. Naturalmente, come già segnalato nei primi due anni per la costruzione dei significati dell'addizione, della sottrazione e della moltiplicazione, è importante che la costruzione dei significati dell'operazione preceda l'introduzione della tecnica di calcolo scritto".*

CLASSE SECONDA – Secondo quadrimestre

Da UMI 2001 - Ci sembra interessante, proprio al fine di costruire il significato della divisione, dare al bambino la possibilità di procedere per gradi con la lentezza necessaria a capire un concetto così complesso come quello del dividere. Proponiamo ai bambini la seguente situazione problematica che fa riferimento alla semantica della contenenza

1ª- SITUAZIONE PROBLEMATICA

<u>Sandra ha nel borsellino queste monete:</u>

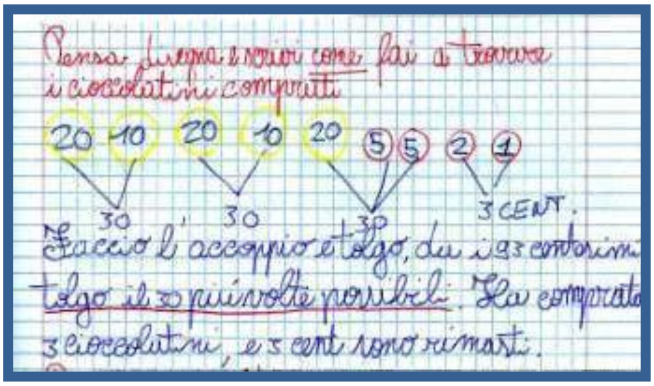
Da quaderno 1 Invalsi 2012, sito Antonio: *"L'alunno deve trovare una strategia per capire quanti cioccolatini può comprare al massimo con i centesimi a disposizione. I tentativi che il bambino può mettere in atto nel cercare di rispondere alla domanda posta dal quesito matematico dell'insegnante possono essere di vario tipo ad esempio attraverso raggruppamenti (con tracce grafiche sul foglio) o addizioni ripetute e confronti (30+30+30=90 e 90<93) o altre strategie. L'alunno deve anche interpretare correttamente la locuzione "al massimo".*

Ecco un protocollo che mostra un procedimento risolutivo originale"

RISULTATI DEL CAMPIONE

	errata	corretta	Non risponde
D3a	48,0	47,5	4,3
D3b	46,6	43,9	9,3

Ogni raggruppamento di 30centesimi equivale ad un cioccolatino acquistato: 1 gruppo di 30 cent, un cioccolatino, 2 gruppi di 30 cent. 2 cioccolatini, 3 gruppi di 30 cent 3 cioccolatini. 30+30+30 = 90 posso comprare 3 cioccolatini e mi avanzano 3 centesimi. Frequente può essere anche la soluzione che invita i bambini a lavorare con i numeri rappresentanti il valore delle monete a disposizione. Si forma il numero 30 in vari modi e poi si toglie "*il 30 più volte possibili*" come dice il bambino nel lavoro che segue....



Dal quaderno 1 Invalsi 2012 : *Il protocollo è interessante poiché l'allievo mostra di aver adottato la seguente strategia di soluzione: "raggruppare" alcune monete per rappresentare il valore 30 centesimi, costo di un cioccolatino, e, in seguito, considerare "quante volte" si possono spendere 30 centesimi dunque quanti cioccolatini si possono "comprare al massimo". È del tutto ragionevole ritenere che, in seconda primaria, sia stata questa strategia additiva a consentire una corretta soluzione. Testi simili, a livelli di scolarità successivi, vengono generalmente proposti dall'insegnante come problemi da risolvere ricorrendo a una divisione (cosiddetta di contenenza). In proposito, analizziamo ora l'item D30 per il livello 5, in cui il problema è sostanzialmente lo stesso ma i risultati sono decisamente peggiori.*

D30. Marta è appassionata di fumetti. La nonna le regala 20 euro e Marta decide di spenderli per acquistare dei giornalini che costano € 2,20 l'uno. Quanti giornalini riesce a comprare al massimo?

Risposta: ....

RISULTATI DEL CAMPIONE

errata	corretta	Non risponde
49,9	35,2	9,2

Dal quaderno 1 Invalsi 2012, sito Antonio: *"Solo il 35,2% degli allievi risponde correttamente sebbene, anche in questo caso, sarebbe stato sufficiente e, in definitiva, conveniente rispetto alle difficoltà "tecniche" che l'esecuzione della divisione 20:2,20=... comporta, adottare strategie analoghe a quelle descritte per i "buoni solutori" in seconda primaria. È sufficiente, ad esempio, eseguire una semplice moltiplicazione come addizione ripetuta, ossia 2,20 x 10 = 22 e valutare che, se mancano 20 centesimi all'acquisto del decimo giornalino, allora se ne possono acquistare 9. Si può anche procedere per tentativi che contemplino una stima dell'ordine di grandezza, come testimonia il seguente protocollo10. Come spiegare dunque un risultato significativamente più deludente in quinta*

rispetto alla seconda? La presenza di numeri decimali è certamente un elemento di complessità da non sottovalutare, tuttavia anche in seconda non è banale considerare il diverso valore delle monete disegnate. L'esempio in realtà sembra essere paradigmatico. Si può avanzare l'ipotesi che, in prassi didattiche generalizzate, non vengano valorizzate altre strategie di soluzione, magari meno "eleganti" dal punto di vista del sapere adulto, ma ugualmente efficaci e che, soprattutto, contemplino il ricorso ad operazioni di cui l'allievo domina il "senso". Nel caso considerato, ad
esempio, ricorrere alla moltiplicazione come addizione ripetuta (ragionamento di tipo additivo) può consentire di risolvere il problema anche ad allievi che ancora non padroneggino con sufficiente sicurezza il significato della moltiplicazione e della sua operazione inversa. È plausibile dunque che l'introduzione troppo precoce o di carattere trasmissivo di soluzioni formalizzate, soprattutto quelle più complesse, non solo sia improduttiva dal punto di vista
dell'apprendimento, ma inibisca perfino la ricerca di possibili soluzioni che facciano leva su competenze acquisite. Comunque, l'abitudine al calcolo mentale, alla stima e al controllo semantico del risultato sono tutti fattori che possono contribuire anche al consolidamento dell'abilità nell'esecuzione della procedura standard di divisione."

2ª SITUAZIONE PROBLEMATICA.

D11. Il papà di Luca compie 43 anni.
Luca va al supermercato a comprare le candeline per la torta.
Al supermercato vendono solo sacchetti da 10 candeline.
Quanti sacchetti deve comprare Luca?

A. ☐ 5

B. ☐ 4

C. ☐ 3

ULTATI DEL CAMPIONE

\	B	C	Non risponde
,8	38,1	8,9	2,3

Dal quaderno 1 Invalsi 2012 vedi sito Antonio*: Il testo della domanda D11 per la seconda primaria contiene un'informazione implicita che il bambino deve cogliere: i sacchetti non sono frazionabili. Per rispondere al quesito non è necessario aver affrontato la divisione (normalmente avviata alla fine della seconda primaria) poiché il risultato si può ottenere mediante il confronto fra numeri, anche se inusuale: 4 sacchetti non sono sufficienti perché 40<43 dunque, sempre tenendo conto che i sacchetti non sono frazionabili, ne occorrono 5 anziché 4. Se da un lato è positivo che circa la metà degli allievi abbia individuato la soluzione corretta, dall'altro è necessario notare che il distrattore B ha ottenuto una percentuale del 38,1%. Si avanza l'ipotesi che, nella didattica, la predominanza di problemi la cui soluzione è rappresentata dal numero che coincide esattamente con il risultato di una operazione possa aver contribuito all'errore: i bambini hanno scelto il dato che permette di "avvicinarsi" di più a 43 (4 sacchetti perché 4x10=40 trascurando il fatto che manchino ancora 3 candeline reperibili dal quinto sacchetto).*
Quindi proporre alla classe problemi vari, affrancandosi da quelli standard presenti in molti testi scolastici, offre occasioni di apprendimento che affinano le abilità e le competenze degli allievi nell'attività di risoluzione, soprattutto se ci si avvale della discussione per confrontarsi su errori o su diverse possibili strategie di soluzione. Sempre relativo al processo 4 è il seguente quesito, tratto dalla prova di seconda primaria"

CLASSE TERZA

3ª SITUAZIONE PROBLEMATICA

Proponiamo ora una situazione problematica che fa riferimento alla divisione come ripartizione.

"A fine anno scolastico si organizzano, nella scuola di Anna, le Miniolimpiadi. I 20 alunni della classe terza D si stanno organizzando per partecipare; prima di formare le squadre, i bambini decidono di mettersi alla prova nei diversi giochi ai quali dovranno partecipare. Stabilisci quante squadre si formano per ciascun gioco e quanti bambini eventualmente sono esclusi (cambia ogni volta il numero dei bambini in un gruppo)"

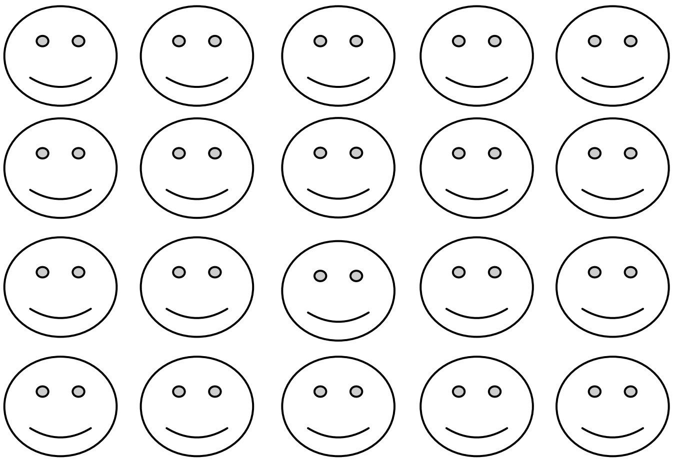
- **Minibasket**
- Alunni della classe terza D………
- Numero giocatori per ciascuna squadra: 5
- Numero delle squadre…………
- Numero bambini esclusi……………
- **Pallamano**
- Alunni della classe terza D……….
- Numero giocatori per ciascuna squadra………..
- Numero delle squadre………….
- Bambini esclusi………..
- **Minivolley**
- Alunni della classe terza D……….
- Numero giocatori per ciascuna squadra………..
- Numero delle squadre………….
- Bambini esclusi………..
- **Palla avvelenata**
- Alunni della classe terza D……….
- Numero giocatori per ciascuna squadra………..
- Numero delle squadre………….
- Bambini esclusi………..
- Operazione………..

Scrivi come hai lavorato.

E' necessario fare particolare attenzione a quanto riportato per scritto dai ragazzi anche nei problemi di divisione come ripartizione dove il procedere per tentativi prevede una difficoltà maggiore in quanto risulta essere sconosciuto il valore da ripetere e assume particolare valenza, invece, la capacità dei bambini di individuare e stimare la quantità che si ripete. UMI 2001 " *L'insegnante deve aver cura di osservare attentamente le strategie di calcolo che i bambini mettono in atto nella risoluzione di problemi riguardanti la divisione, senza cedere alla tentazione di avviare gli alunni precocemente ad una tecnica di calcolo scritto. Noterà che inizialmente tenderanno ad* *emergere* <u>*due strategie di ragionamento operativo generali*</u>*: la pratica di ripartire un "mucchio" di oggetti distribuendoli equamente, attraverso la manipolazione o il ricorso al disegno (si tratta di una strategia che comporta il rischio, soprattutto se insegnata, di essere assunta dai bambini più deboli come l'unica strategia presa in considerazione, bloccandoli appena i valori numerici la rendono ingestibile); la pratica del procedere per tentativi...........Compito dell'insegnante, attraverso momenti di confronto fra le strategie utilizzate nella classe, è di far emergere il valore più generale del secondo tipo di strategie. Agendo all'interno di situazioni problematiche sempre più impegnative, i bambini tenderanno a diversificare le strategie di calcolo messe in atto con i vari tentativi.*

Sulla base di quanto evidenziato nel testo UMI 2001 come valutare il ricorso allo schieramento che era ampiamente presente nella nostra prima versione del percorso sulla divisione? Potrebbe essere inserito in questo punto della presente bozza? Con la seguente stesura?

Facendo riferimento a questa situazione problematica si potrebbe utilizzare la rappresentazione della divisione attraverso lo schieramento e lavorare per costruire nei ragazzi la consapevolezza che la divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione.
Dal momento che gli schieramenti sono già stati ampiamente usati nella rappresentazione della moltiplicazione può darsi che qualche bambino vi abbia già fatto riferimento per rappresentare le situazioni di divisione riportate in precedenza. In tal caso possiamo riferirci ad una di queste rappresentazioni, in caso contrario possiamo portare i bambini in palestra e proporre loro questo gioco: "*Dobbiamo formare squadre da 5 alunni per partecipare al torneo di minibasket provate a disporvi in file di 5 alunni*."
Ovviamente ogni insegnante utilizzerà il numero dei ragazzi della propria classe. A titolo di esempio supponiamo che gli alunni della classe siano 20. Si realizzerebbe una situazione di questo tipo:



Chiediamo poi ai bambini di descrivere la situazione, stimolandoli con domande:
Quanti sono i bambini in ciascuna squadra?
Quante squadre si sono formate?
Quanti sono i bambini che giocano?
Come possiamo rappresentare la situazione sul quaderno?
Con quale operazione possiamo esprimere questa situazione?

Non conoscendo ancora la scrittura della divisione discutendo insieme possiamo arrivare alla seguente scrittura: 5x..........=20

Formiamo anche le squadre per partecipare a tutti i giochi che la precedente situazione problematica individua.

<u>Ricerchiamo insieme tutte le coppie dei numeri della moltiplicazione del numero 20</u>

1x.......= 20　　　　2x........= 20　　　　4x........　　　　5x.........

Se lo riteniamo opportuno possiamo riproporre enunciati aperti di moltiplicazione che i bambini dovranno chiudere individuando l'altro fattore:

- **27=3X…　　　15=3X…　　　21=3X…　　　12=3X…　　　6=3X…**
- **9=3X…=　　　18=3X…　　　24=3X…**

Possiamo introdurre qui la scrittura della divisione facendo riflettere i bambini su quanto segue:

Per formare tutte le squadre dei giochi abbiamo DIVISO i bambini in squadre composte da 5, 7, ...giocatori, e abbiamo trovato quante squadre si possono formare.....

IN MATEMATICA c'è un'altra operazione che rappresenta questa situazione

20 **:** 5 = 4　SI LEGGE　20 **DIVISO** 5 UGUALE 4

L'OPERAZIONE SI CHIAMA **DIVISIONE**

LA DIVISIONE E' L'OPERAZIONE INVERSA DELLA MOLTIPLICAZIONE

20 : 5 = 4

4 X 5 = 20

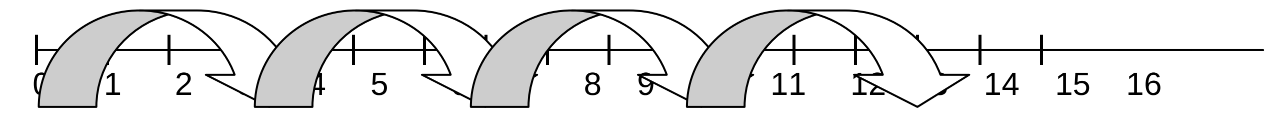
5 x 4= 20

Insistiamo sempre sul rapporto fra divisione e moltiplicazione.

Proponiamo ai bambini alcuni schieramenti già predisposti e chiediamo loro di scrivere per ognuno tutte le divisioni e le moltiplicazioni possibili.

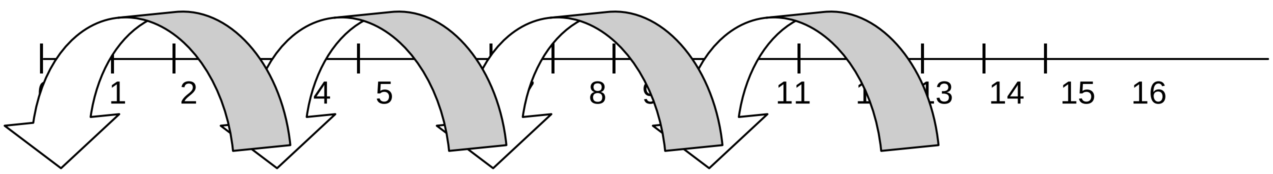
LA MOLTIPLICAZIONE PUO' ESSERE RAPPRESENTATA SULLA LINEA DEI NUMERI COME ADDIZIONE RIPETUTA

3 X 4 = 12



LA DIVISIONE PUO' ESSERE RAPPRESENTATA SULLA LINEA DEI NUMERI COME SOTTRAZIONE RIPETUTA

12 : 3 = 4



1. Parti dal numero da dividere (12)
2. fai passi indietro grandi quanto il divisore (3)
3. Il risultato è dato dal numero dei passi

4ª SITUAZIONE PROBLEMATICA
Proponiamo ancora una situazione problematica che fa riferimento alla contenenza
"Quanti libri dal costo di 15 euro posso comprare con una banconota da 50 euro ?"
Da Umi 2001 : *Se il bambino non dispone ancora dell'algoritmo della divisione, capisce che con il solo biglietto da 50 euro non può risolvere il problema: deve convertire i 50 euro in banconote da 5 euro e quindi contarle separatamente. La maggioranza dei bambini procede così: "Spendo 15 euro ed è già un libro; poi ancora 15 euro per un altro libro ed ho già speso 30 euro;…"Altri procedono così:"Da 50 euro tolgo 15 euro ed ho già comprato un libro e mi restano 35 euro; tolgo altri 15 euro…" La specificità della situazione problematica considerata induce nel bambino particolari strategie di ragionamento che non possono essere riconosciute come ragionamenti di divisione e quindi tanto meno essere rappresentati con il segno :". L'operazione di divisione (come d'altra parte già l'operazione di sottrazione, con le semantiche del "togliere" e del "completare") presenta una difficoltà che non può essere evitata: essa richiama due significati importanti, uno dei quali (il "contenere") è estraneo alla semantica del "dividere" secondo il senso comune. Tuttavia il bambino dovrà pervenire a riconoscere nell'operazione di divisione il modello matematico adeguato alla situazione problematica di contenenza sopra illustrata, anche perché l'algoritmo utilizzato usualmente per il calcolo scritto della divisione fa riferimento alla semantica della "contenenza".*
Da UMI 2001- L'insegnante deve abituare i bambini a verbalizzare in modo preciso il ragionamento seguito, ***aiutandoli, se è il caso, nella rappresentazione numerica della strategia di calcolo adottata****; in tal modo potrà far pervenire gli alunni al* *riconoscimento di affinità* *tra l'operazione di ripetere (attraverso l'addizione o la sottrazione) un numero inizialmente sconosciuto di volte un valore conosciuto fino a raggiungere il valore desiderato e il procedere per tentativi, impiegato nei problemi di ripartizione, in cui è sconosciuto il valore da ripetere un numero di volte conosciuto:* e il procedere per tentativi, impiegato nei problemi di ripartizione, in cui è sconosciuto il valore da ripetere un numero di volte conosciuto:
("contenenza": libri) ("ripartizione": 20 : 5 =)

$15 \xrightarrow{+15} 30 \xrightarrow{+15} 45$ … provo per 10

AFFINE A :

15 x 3 = 45 10 x 2 = 20

DIVISIONE PARTE SECONDA

Ripresentiamo un problema con una chiara situazione di ripartizione, usiamo un numero abbastanza grande in modo da stimolare i bambini a mettere in atto una strategia di calcolo che proceda per tentativi.

Alla festa dello sport si sono iscritti 180 ragazzi, gli organizzatori suddividono i partecipanti in 5 squadre tutte di ugual numero.
Da quanti ragazzi è formata ciascuna squadra?

Per aiutare nella comprensione del testo poniamo le domande

1. Quanti sono i ragazzi che partecipano alla festa dello sport?
2. I ragazzi giocano tutti insieme?
3. I ragazzi sono divisi in gruppi cioè in squadre?
4. Quante sono le squadre?
5. Prova a spiegare come potresti fare per sapere da quanti ragazzi è formata una squadra.

I bambini capiscono che il totale dei ragazzi va diviso in 5 gruppi ma non sapendo fare il calcolo devono immaginare qual è la quantità che ripetuta 5 volte ha come risultato 180.

Possono immaginare che in ogni squadra ci siano 10 ragazzi.

Ecco la situazione rappresentata in tabella

1° squadra	2° squadra	3° squadra	4° squadra	5° squadra	Tot. ragazzi
10 ragazzi	10 ragazzi	10 ragazzi	10 ragazzi	10 ragazzi	50 ragazzi

Abbiamo sistemato 50 ragazzi e ne restano da suddividere ancora 130, alcuni bambini proporranno di aggiungere ad ogni squadra ancora 10 ragazzi.

Ecco la situazione rappresentata in tabella

1° squadra	2° squadra	3° squadra	4° squadra	5° squadra	Tot. ragazzi
20 ragazzi	20 ragazzi	20 ragazzi	20 ragazzi	20 ragazzi	100 ragazzi

Possiamo andare avanti aggiungendo ancora 10 ragazzi ad ogni squadra per arrivare a 150 ragazzi già organizzati in squadre e 30 da suddividere.

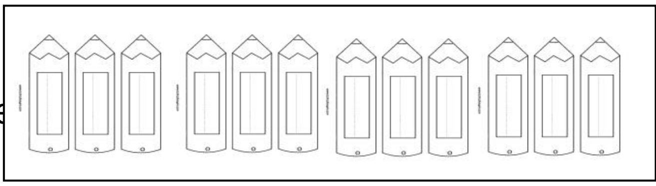
Il numero che ripetuto 6 volte ha come risultato 30 è 6 quindi ad ogni squadra aggiungiamo 6 partecipanti.

1° squadra	2° squadra	3° squadra	4° squadra	5° squadra	Tot. ragazzi
30 ragazzi	30 ragazzi	30 ragazzi	30 ragazzi	30 ragazzi	150 ragazzi
6 ragazzi	6 ragazzi	6 ragazzi	6 ragazzi	6 ragazzi	30 ragazzi
					180 ragazzi

Questo problema prevede una distribuzione di ragazzi nelle squadre ma invece di distribuire uno per uno (operazione troppo lunga perché dobbiamo distribuire 180) si distribuiscono prima gruppi di 10 e poi ci si aiuta con la tabellina del 5 per trovare l’ultimo gruppo di 6 bambini.

PROBLEMA NUMERO 2 contenenza

La maestra per far disegnare i suoi alunni durante la ricreazione compra delle scatole di matite come quella che vedi nel disegno



La maestra mett attolo, i bambini le contano e vedono

Pensa e scopri quante scatole di matite aveva comprato la maestra?

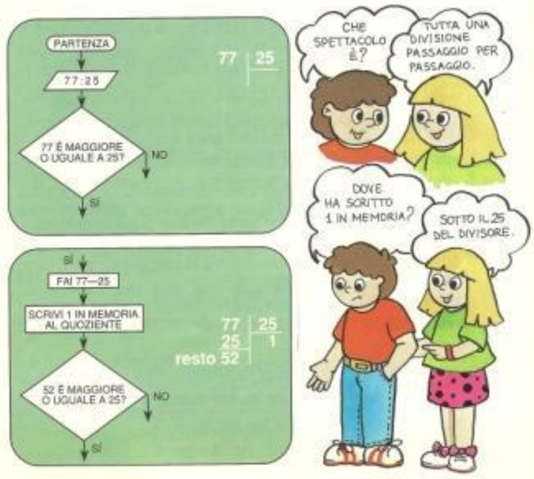
Per aiutare i bambini poniamo alcune domande:

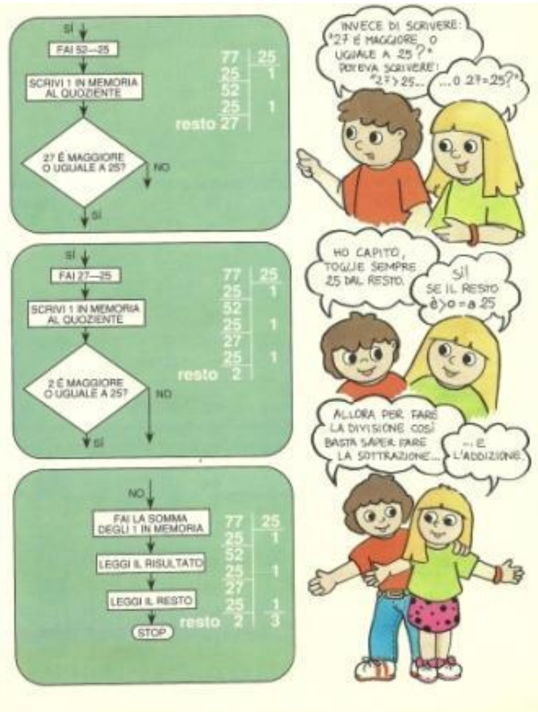
1. Quante matite ci sono in tutto?
2. Quante matite ci sono in 1 scatola?
3. Quante matite ci sono in 2 scatole?
4. Quante matite ci sono in 3 scatole?

Prova a disegnare e scrivere come puoi fare per sapere il numero delle scatole comprate dalla maestra.

Facciamo leggere le proposte di alcuni bambini che hanno lavorato in modo diverso e guidiamo una riflessione sulla possibilità di giungere a soluzione usando procedure diverse fra loro.
Ci sarà chi seguendo il suggerimento dell’insegnante utilizzerà la tabellina del 12 fino ad arrivare a 72.
Ci sarà chi farà l’addizione ripetuta 12 + 12 + 12 +…. fino a trovare 72
Ci sarà infine chi partirà dalle 72 matite del barattolo e toglierà 12 matite per volta immaginando di ricomporre così le scatole comprate, questo modo di lavorare può essere rappresentato sulla retta come sottrazione ripetuta, tecnica che si avvicina alla divisione per svuotamento.
Per l’introduzione di questa tecnica vedi Cattabrini:

Però ... però ..., anche se sei solo in terza classe ti voglio far vedere un modo molto semplice per fare le divisioni con più cifre al **dividendo** e due o più cifre al **divisore**.
Questo schema è ancora usato in molti paesi stranieri ed è anche quello usato nelle calcolatrici e nei calcolatori (ma di questo parleremo meglio nei prossimi anni).
Il difetto di questo modo di risolvere le divisioni è quello di essere un po' lunghetto, ma con la pratica si può diventare velocissimi perché si impara ad ... accorciare la strada.
Leggi attentamente l'esempio.





Altri possibili problemi da proporre.

RIPARTIZIONE
Massimo ha invitato al suo compleanno 5 amiche e 8 amici.
La mamma ha pensato di fare un piccolo dono a tutti gli invitati per ringraziarli della partecipazione.
Ha deciso di regalare un mazzetto di figurine ma invece di comprarle chiede a Michele, il fratello maggiore di Massimo, se ha conservato le figurine di quando era piccolo e se vuole offrirle in dono.
Naturalmente Michele accetta e prende una scatola contenente 100 figurine.

La mamma esce a comprare tutto l'occorrente per la festa e lascia a Massimo il compito di fare i mazzetti di figurine.
Massimo è nei guai perché vorrebbe dare a ciascuno lo stesso numero di figurine ma non sa come fare per trovare il numero esatto.
Prova ad aiutarlo

CONTENENZA
Per festeggiare la chiusura dell'anno scolastico la rappresentante di classe ha organizzato una cena a cui parteciperanno 23 bambini e 50 adulti.
Sceglie una pizzeria con una grande sala dove si trovano alcuni tavoli da 6 posti e altri da 8 posti.
Decide di sistemare i bambini nei tavoli da 6 posti e gli adulti nei tavoli da 8.
Come puoi fare per sapere quanti tavoli da 6 e quanti tavoli da 8 saranno apparecchiati.
Scrivi e se necessario aiutati con un disegno

CON QUESTO PROBLEMA POSSIAMO INTRODURRE LA DIVISIONE IN COLONNA CON IL DIVISORE A 2 CIFRE)

La situazione problematica e le strategie illustrate fanno riferimento ad una ricerca degli anni Novanta citata in UMI 2001, in questa sede è stato effettuato un semplice riadattamento da lire ad euro.

IL GIOCO DELLE IPOTESI NELL'INSEGNAMENTO - APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA NELLA SCUOLA DELL'OBBLIGO: UNA RICERCA IN CORSO
Paolo Boero, Dipartimento di Matematica, Università di Genova
Enrica Ferrero, Circolo Didattico di Piossasco (TO)

Spesa di 324 *euro* da dividere fra 18 bambini *(il testo originale aveva una spesa di 32000 lire)*:

1° strategia
avvicinamento progressivo al dividendo mediante approssimazioni successive del quoziente che ogni volta viene moltiplicato per il divisore in modo da orientare le approssimazioni successive

Provo con 10, fa 180, allora provo con 11, fa 198, allora provo con 12, fa 216… (ecc.) provo per 18

2° strategia
prove distinte successive senza un criterio prestabilito, ma con lo scopo di avvicinarsi il più possibile al risultato

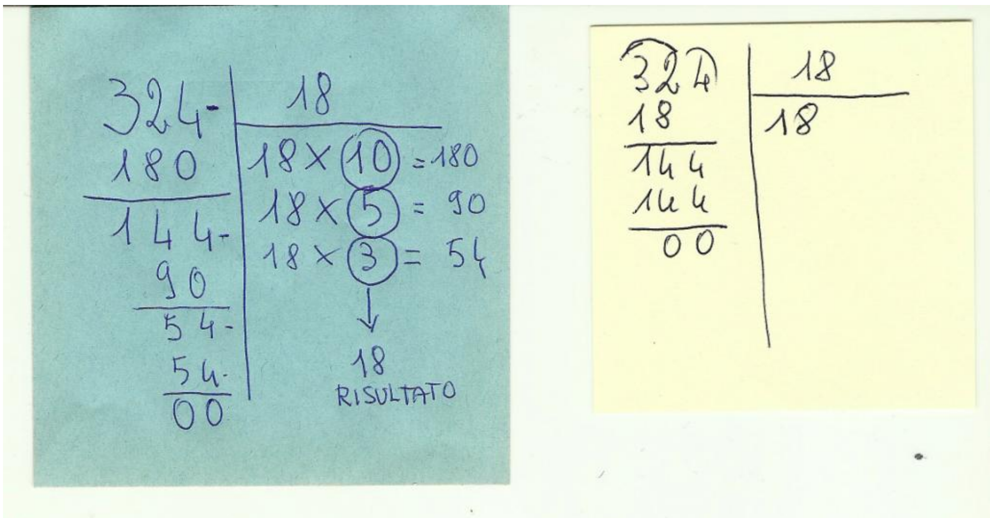
Se pagano 10 euro a testa, fa 180 euro, troppo poco.
Se pagano 20 euro fa 360 euro, troppo.
Provo con 15 euro, fa 270, è ancora poco.
La cifra da pagare è compresa fra 15 e 20 euro
Provo con 16, 17, 18 (invece di fare le moltiplicazioni aggiungo all'ultimo risultato 18 es. 18x16=270+18=288)

3° strategia
svuotamento progressivo del dividendo attraverso il calcolo di quanto resta dopo aver tolto dal

dividendo il risultato delle prove iniziali, nuove prove sul resto e così via fino allo svuotamento del dividendo.
*18 per **10** a testa, fa 180; (324-180=144) resta da dividere 144;*
*provo con 18 per **5** a testa, fa 90; (144-180=54) resta da dividere ancora 54 euro;*
*provo con 18 per **3** a testa fa 54*
Non ho più soldi da dividere
*A testa ho calcolato **10+5+3=18 euro***

(UMI 2001)Di fronte alla possibile varietà di strategie di calcolo, emerge il problema del ruolo dell'insegnante.
Nel corso del terzo anno e all'inizio del quarto l'insegnante dovrebbe indirizzare progressivamente l'intera classe all'utilizzo della strategia di calcolo di progressivo svuotamento del dividendo. A questo proposito i problemi che si pongono all'insegnante sono di due ordini e riguardano il "come" e il "perché".
Convogliare i bambini della classe verso una determinata strategia ha senso farlo attraverso i momenti di confronto e di discussione, successivi al lavoro individuale, in cui è possibile far riflettere i bambini sul significato e sull'economicità delle strategie elaborate.
Per quanto riguarda le ragioni della scelta rispetto alla strategia di svuotamento del dividendo, esse sono sostanzialmente due:
è l'unica strategia "universale" (nel senso che è applicabile sensatamente a ogni situazione di divisione) fra quelle prodotte spontaneamente è la strategia semanticamente corrispondente alla usuale tecnica di calcolo scritto (che risulta, in verità, una contrazione di questa strategia).
La padronanza consapevole della tecnica di calcolo scritto della divisione è raggiungibile solo se viene curata la delicata transizione dalle strategie spontanee, le quali, per poter essere riconosciute dai bambini come "procedure", devono essere state oggetto di riflessione. Per consentire a tutti i bambini di comprendere l'algoritmo della divisione potrebbe essere opportuno il passaggio ad una tecnica di calcolo meno contratta di quella abitualmente insegnata. Una possibilità (che ha radici storiche antiche) è quella data dall'organizzazione dei "tentativi" che mirano a svuotare progressivamente il dividendo.

SVUOTAMENTO PROGRESSIVO DEL DIVIDENDO ⇄ **PROCEDURA TRADIZIONALE**



Come si può notare, la divisione così impostata permette al bambino di effettuare alcuni passaggi in modo naturale. Innanzitutto ha un maggior controllo della procedura: gli è chiaro che i risultati delle sottrazioni rappresentano la parte del dividendo che è ancora da dividere, può comprendere

agevolmente il significato del resto, gli è indifferente l'entità del divisore (se a una o più cifre). Inoltre ha la possibilità di effettuare tentativi infruttuosi (cioè che possono risultare esorbitanti o non sufficienti) senza inficiare il procedimento: l'*errore*, cioè, viene recuperato all'interno della procedura. Infine, la procedura dello svuotamento progressivo del dividendo presenta diversi vantaggi rispetto al passaggio ai numeri decimali, sia perché il calcolo può essere proseguito oltre le unità, sia perché il divisore e il dividendo possono essere rappresentati anche da numeri decimali, senza cambiamenti nella procedura.
L'introduzione della tecnica di calcolo tradizionale "a freddo", cioè senza un intreccio con le strategie spontanee portatrici del senso del "dividere", risulta un fattore di difficoltà, soprattutto per gli allievi più deboli, ma in generale per tutti i bambini. Infatti, è di difficile comprensione il significato delle divisioni parziali: nell'esempio, quanti bambini hanno la consapevolezza che "14" (il primo resto parziale) sia in realtà "140" e che l'"uno" del risultato, nel momento in cui viene scritto, sia in realtà "10" ? Il rischio è dunque un apprendimento formale e meccanico.
Ma sarà necessario passare alla divisione tradizionale con il calcolatore? Forse si per i più fragili.
La transizione fra le due tecniche mostrate in tabella (le due divisioni in colonna, una per svuotamento, l'altra con la tecnica usuale) consente anche la comprensione di quella tradizionale, attraverso la possibilità di interpretare l'implicito presente nella procedura contratta alla luce della procedura di svuotamento progressivo del dividendo.
Un'ultima annotazione è necessaria: la procedura di svuotamento progressivo del dividendo richiede che i bambini abbiano sviluppato una sensibilità all'ordine di grandezza delle cifre e una padronanza sufficientemente sicura nel calcolo mentale, soprattutto nelle moltiplicazioni per 10, 100, 1000.