REGIONE TOSCANA

Laboratori del Sapere Scientifico

Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS

a.s. 2017/2018

Istituto Tecnico Statale "Marchi-Forti" - Pescia Anno Scolastico 2017/18

Percorso laboratoriale per il primo biennio dell'Istituto Tecnico ad indirizzo Economico e Tecnologico

"A spasso con Cartesio"

Coordinate, distanza e relazioni in 1D, 2D e 3D

Docenti: Borselli E., Cervelli M., Evangelista G., Gabbrielli A., Lucchesi D., Moretti C.

Collocazione del percorso nel curricolo verticale

Destinatari: studenti del biennio della scuola secondaria superiore (in questo caso il percorso è stato svolto nelle classi seconde ad indirizzo economico e tecnologico di un Istituto Tecnico).

Discipline coinvolte: Matematica

Obiettivi essenziali di apprendimento

Competenze generali

- ✓ Saper lavorare in gruppo
- ✓ Comunicare in modo appropriato una propria tesi o un proprio procedimento risolutivo
- ✓ Criticare una proposta di lavoro
- ✓ Imparare ad “utilizzare” le conoscenze della Matematica

Obiettivi essenziali di apprendimento

Competenze disciplinari – Matematica

- Comprendere coordinate, distanza e relazioni sulla retta orientata (1D), nel piano cartesiano (2D) e nello spazio (3D)
- Conoscere le caratteristiche del riferimento cartesiano
- Comprendere come la scelta dell'origine e dell'unità di misura siano convenzione da cui partire
- Saper riconoscere ed applicare il riferimento cartesiano in situazioni concrete
- Saper individuare relazioni che rappresentano enti geometrici nelle diverse dimensioni
- Comprendere come una stessa relazione matematica esprima un ente geometrico diverso a seconda della dimensione di riferimento

Elementi salienti dell'approccio metodologico

- Discussione guidata per analizzare una situazione reale
- Apprendimento attraverso il gioco
- Apprendimento per scoperte successive
- Far emergere le conoscenze e le competenze matematiche già conosciute o nuove
- Approccio didattico con procedimento graduato: dalla situazione più semplice a quella più complessa
- Schede di lavoro stimolo

Materiali, apparecchi e strumenti impiegati

- Per il gioco

  Fogli bianchi e quadrettati, righello e matita

- Per la dimensione 2D

  Mappa della città di Pescia, mappa di Springfield, squadra e righello non graduato, calcolatrice, pennarelli

- Per la dimensione 3D

  Corda, metro, nastro adesivo, pennarello

- Schede di lavoro

  N. 11 Schede di lavoro redatte dai docenti

Ambiente in cui si è sviluppato il percorso

- Aula

Tempi impiegati

- Per la messa a punto preliminare nel gruppo LSS: **ore 4**
- Per la progettazione specifica : **ore 12**
- Per la sperimentazione in classe e in laboratorio: **ore 25**
- Per la documentazione: **ore 25**

Modalità di osservazione e valutazione

Osservazione

- Report di osservazione dell'attività di gruppo, di laboratorio e della discussione redatti da un docente.
- Schede di lavoro redatte dagli studenti.

Valutazione

- Relazione intermedia redatta dagli studenti.
- Prova sommativa finale.

Descrizione del percorso didattico

Partendo dalle conoscenze sul metodo delle coordinate, acquisite dagli studenti nel precedente ciclo di istruzione e nel primo anno di scuola superiore (in Matematica o in Fisica), il percorso si pone dapprima lo scopo di consolidare e rafforzare sia l'aspetto «visuale» che quello analitico-descrittivo. Successivamente, partendo da problemi stimolo in una, due e tre dimensioni, gli studenti esplorano non solo l'estendibilità delle formule, ma anche come le relazioni matematiche tra le coordinate permettono di descrivere gli enti geometrici.

Tutte le attività proposte sono di tipo laboratoriale: gli studenti sono suddivisi in piccoli gruppi e gli insegnanti guidano l'esplorazione, valorizzano le ipotesi, coordinano la discussione, pongono domande stimolo, raccolgono e formalizzano le conclusioni. La concettualizzazione scaturisce dalla manipolazione, dall'analisi di situazioni concrete, dal confronto tra modelli, dalla discussione e dalla verbalizzazione.

Descrizione del percorso didattico

Il percorso è suddiviso nelle seguenti attività:

Attività 1: Analisi della situazione di partenza e messa a punto dei prerequisiti
Attività 2: Riproduciamo le figure
Attività 3: Distanza e relazioni sulla retta orientata
Attività 4: Percorsi e distanza sulle mappe
Attività 5: Distanza e relazioni nel piano
Attività 6: Distanza e relazioni nello spazio

Analisi dei prerequisiti – Attività 1

Obiettivi dell'analisi dei prerequisiti:

- Essere capaci di collocare punti su una retta e valutare la distanza tra due punti
- Essere capaci di collocare un punto in tutti i quadranti nel piano conoscendo le coordinate e viceversa
- Conoscere il significato di coppia ordinata
- Conoscere le proprietà delle principali formule per il calcolo delle aree di poligoni (triangolo, rettangolo, trapezio)
- Conoscere la notazione insiemistica, di uguaglianza e ordinamento
- Essere capaci di applicare il Teorema di Pitagora

Il metodo di lavoro

Agli studenti viene assegnata una scheda da compilare in modo autonomo durante l'ora di lezione. Subito dopo la compilazione si rilevano i commenti degli studenti e si discutono le difficoltà incontrate.

Successivamente, in base ai risultati dell'analisi dei prerequisiti, si attivano azioni di recupero.

Tempi: 3 ore

Analisi dei prerequisiti – Attività 1

Laboratorio del Sapere Scientifico

Scheda Attività 1
Analisi dei prerequisiti
Classe II sez. ____
Scuola Secondaria Secondo Grado
ITS "Marchi-Forti"

Nome e Cognome dello studente .....

D.1 Colloca sulla retta ordinata i seguenti valori:

$$2 \quad 10 \quad -5 \quad -2 \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{3}{4} \quad -\frac{6}{3}$$

D.2 Per ogni coppia di valori, rappresentali ordinatamente sulla retta orientata e calcolane la distanza.

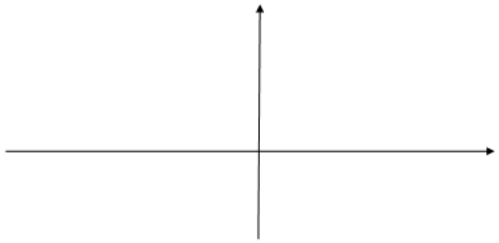
2 e 10	
-5 e -3	
-2 e 8	
6 e -3	
$\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{2}$	
$\frac{7}{5}$ e $\frac{2}{3}$	

D.3 Colora la parte di retta che soddisfa alla condizione

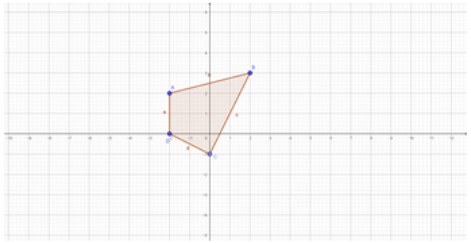
$1 \le x \le 5$	
$x < -3$	
$(x < -2) \cup (x \ge 3)$	

D.4 Colloca sul piano cartesiano i seguenti punti

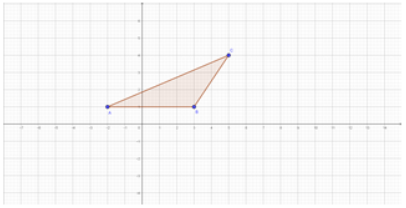
$$A = (0,2) \quad B = (-3,0) \quad C = \left(\frac{3}{2}, -10\right) \quad D = \left(-5, -\frac{3}{2}\right)$$



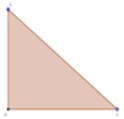
D.5 Determina le coordinate dei vertici del poligono di seguito rappresentato:



D.6 Calcola l'area del triangolo ABC

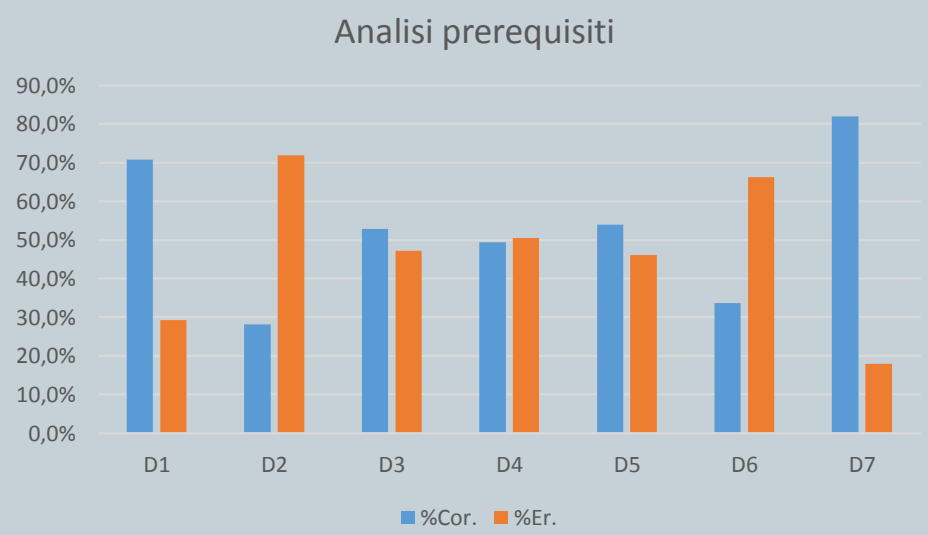


D.7 Dato triangolo rettangolo ABC, determina la misura di BC, sapendo che $\overline{AB} = 8cm$ e $\overline{AC} = 6cm$



Risultati analisi dei prerequisiti – Attività 1

	2A		2B		2C		2D		2E		Totale		%Totale	
	Cor.	Er.	Cor.	Er.	Cor.	Er.	Cor.	Er.	Cor.	Er.	Cor.	Er.	%Cor.	%Er.
D1	9	6	15	3	12	5	13	6	14	6	63	26	70,8%	29,2%
D2	1	14	10	8	2	15	8	11	4	16	25	64	28,1%	71,9%
D3	7	8	7	11	8	9	14	5	11	9	47	42	52,8%	47,2%
D4	8	7	15	3	3	14	7	12	11	9	44	45	49,4%	50,6%
D5	6	9	8	10	7	10	13	6	14	6	48	41	53,9%	46,1%
D6	8	7	9	9	2	15	9	10	2	18	30	59	33,7%	66,3%
D7	12	3	14	4	15	2	17	2	15	5	73	16	82,0%	18,0%



Analisi dei prerequisiti – Attività 1

Cosa è emerso dall'analisi dei prerequisiti:

D1. Si considera corretta la risposta con i valori collocati nel giusto ordine. Pochi studenti scelgono un'unità di misura e rappresentano i valori dati in base all'unità prescelta. Alcuni alunni non riconoscono la frazione apparente come intero o rappresentano in modo errato le frazioni.

D2. Problemi diffusi nel calcolo della distanza: risultato negativo per la distanza quando almeno un estremo è negativo; calcolo della distanza come somma algebrica dei valori.

Gli errori sono dovuti ad una errata concettualizzazione di distanza. Si indaga su come gli studenti percepiscono la rappresentazione grafica di distanza ed il ragionamento che seguono per calcolarla: gli studenti cercano di applicare una formula che mal ricordano senza interpretarla correttamente attraverso la rappresentazione grafica.

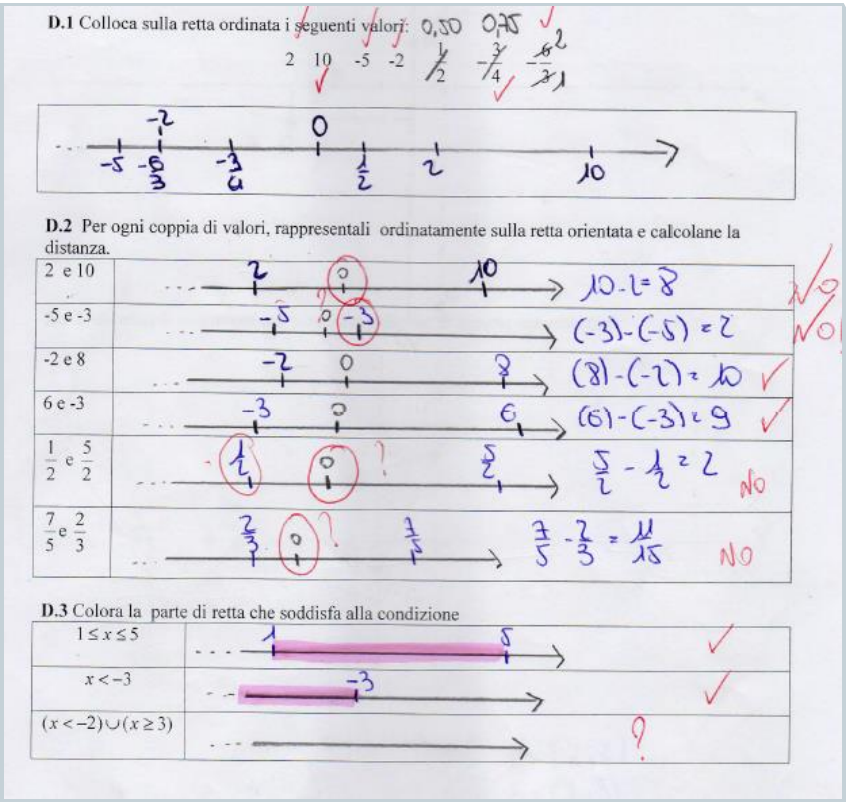
In alcuni casi gli studenti rappresentano i valori usando un'unità di misura e calcolano la distanza con un'unità di misura diversa.

D3. Si sono rilevate difficoltà nella interpretazione del linguaggio matematico che individua gli intervalli e di conseguenza nella loro rappresentazione. Più studenti confondono variabile ed intervallo.

D4-D5. Contrariamente a quanto ci si aspettava, quasi la metà degli studenti commette errori nel rappresentare i punti con coordinate negative o nulle oppure sbaglia nella scelta dell'unità di misura.

D6. Sono pochi gli studenti che individuano l'altezza relativa alla base AB. Tra gli spunti di calcolo si nota che alcuni cercano di calcolare l'area inscrivendo il triangolo in un rettangolo, ma effettuano il calcolo in modo errato.

Analisi dei prerequisiti – Attività 1
Alcune schede compilate dagli studenti



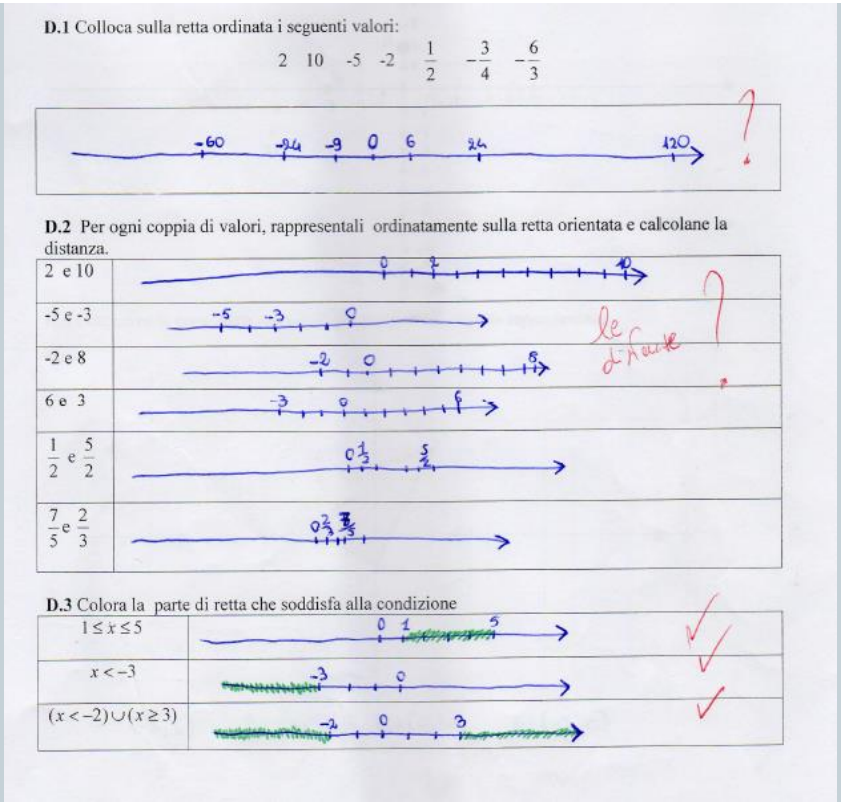
D.1 Colloca sulla retta ordinata i seguenti valori: 2 10 -5 -2 $\frac{1}{2}$ $-\frac{3}{4}$ $-\frac{6}{3}$

D.2 Per ogni coppia di valori, rappresentali ordinatamente sulla retta orientata e calcolane la distanza.

2 e 10	10-2=8
-5 e -3	(-3)-(-5)=2
-2 e 8	(8)-(-2)=10
6 e -3	(6)-(-3)=9
$\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=2$ NO
$\frac{7}{5}$ e $\frac{2}{3}$	$\frac{7}{5}-\frac{2}{3}=\frac{11}{15}$ NO

D.3 Colora la parte di retta che soddisfa alla condizione

$1 \le x \le 5$	
$x < -3$	
$(x < -2) \cup (x \geq 3)$	



D.1 Colloca sulla retta ordinata i seguenti valori: 2 10 -5 -2 $\frac{1}{2}$ $-\frac{3}{4}$ $-\frac{6}{3}$

D.2 Per ogni coppia di valori, rappresentali ordinatamente sulla retta orientata e calcolane la distanza.

2 e 10	
-5 e -3	
-2 e 8	
6 e 3	
$\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{2}$	
$\frac{7}{5}$ e $\frac{2}{3}$	

D.3 Colora la parte di retta che soddisfa alla condizione

$1 \le x \le 5$	
$x < -3$	
$(x < -2) \cup (x \geq 3)$	

...la studente non ha chiaro il concetto dell'origine del sistema di riferimento che separa i numeri interi negativi da quelli positivi e colloca lo zero sempre tra i due valori assegnati

...lo studente non rappresenta sulla retta i valori indicati ma quelli ottenuti moltiplicandoli per il minimo comune multiplo. Rappresenta correttamente le coppie, ma non calcola la loro distanza.

Riproduciamo le figure – Attività 2
Il gioco

Obiettivi
Lo scopo dell'attività è porre gli studenti in un contesto ludico per farli riflettere sul procedimento da utilizzare per riprodurre una semplice figura geometrica. L'obiettivo è capire come sia difficile riprodurre la figura punto dopo punto, mentre è molto facile riprodurla se la inseriamo in un sistema di riferimento cartesiano.

Metodologia ed organizzazione della classe
Gioco in classe con gruppi di 4 o 5 studenti.
Discussione collettiva successiva in apprendimento collaborativo.

Materiali
Scheda studente,
foglio di carta non quadrettato,
foglio di carta quadrettato,
riga e squadra

Tempi: 1 ora

Riproduciamo le figure – Attività 2
Il gioco

Le regole del gioco

Si suddivide la classe in gruppi di 4-5 componenti. Per ogni gruppo si individuano i **"suggeritori"** e i **"disegnatori"** e, all'interno dei disegnatori, uno studente ha il compito di **"disegnatore"**

Fase 1. I suggeritori vengono chiamati fuori dall'aula e si consegna loro un foglio bianco con un poligono da far riprodurre al gruppo dei disegnatori. I suggeritori tornano nell'aula e, tenendo nascosto il foglio con il poligono, forniscono ai disegnatori del gruppo le indicazioni per riprodurre la figura.

Fase 2. Se gli studenti disegnatori non sono riusciti a riprodurre la figura, si passa alla seconda fase del gioco dove si consegna una figura analoga, ma disegnata su un foglio di carta a quadretti e si ripete il gioco.

Riproduciamo le figure – Attività 2
Schede di lavoro

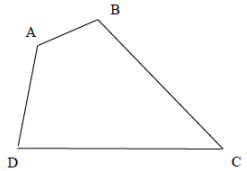
Attività2 – Il gioco: "Riproduciamo figure"

ISTITUTO TECNICO STATALE " MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____ Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo dei "suggeritori":
1)
2)
3)
4)

Indicare lo studente scelto per dare i comandi: _____

La figura da far riprodurre esattamente è la seguente:



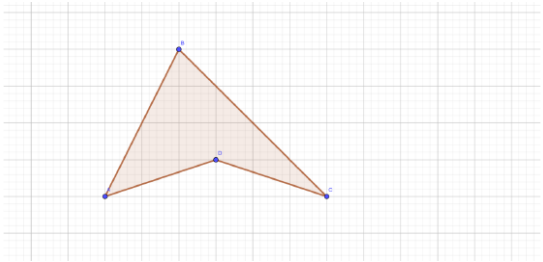
Attività2 – Il gioco: "Riproduciamo figure"

ISTITUTO TECNICO STATALE " MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____ Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo dei "suggeritori":
1)
2)
3)
4)

Indicare lo studente scelto per dare i comandi: _____

La figura da far riprodurre esattamente è la seguente:



Attività2 – Il gioco: "Riproduciamo figure"

ISTITUTO TECNICO STATALE " MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____ Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo dei "disegnatori":
1)
2)
3)
4)

Indicare lo studente scelto come disegnatore: _____

La figura riprodotta è la seguente:

Riproduciamo le figure – Attività 2

Cosa accade durante il gioco.
La maggior parte degli studenti suggeritori inizia comunicando un punto e in successione gli altri, utilizzando segmenti ed angoli per descrivere il poligono da rappresentare, dando indicazioni imprecise come "*inclina un po*'", "*parti dal punto e disegna un angolo ottuso (acuto)*". Qualche studente chiede ed ottiene l'uso del goniometro per dare indicazioni il più possibile precise. Soltanto un gruppo riesce ad intuire nell'immediato la riproduzione della figura attraverso le coordinate dei suoi vertici e ad utilizzare uno schema a quadretti.

La stessa operazione viene fatta mostrando ai suggeritori una figura riportata su un foglio quadrettato. In questo caso i comandi dati ai disegnatori vengono arricchiti con le indicazioni delle misure dei lati.

Un gruppo intuisce che devono essere forniti gli spostamenti in orizzontale e in verticale per individuare l'inclinazione, ma non utilizza un unico sistema di riferimento.

Un solo studente disegnatore dice ai propri compagni del gruppo, sia per la prima sia per la seconda figura: "*Se avete una griglia cartesiana, datemi le coordinate*". Purtroppo il suggerimento non è compreso dai compagni che proseguono dando comandi sulle linee, sulla loro direzione, sulla loro lunghezza e sulla loro posizione.

Riproduciamo le figure – Attività 2

Domande stimolo per la riflessione.

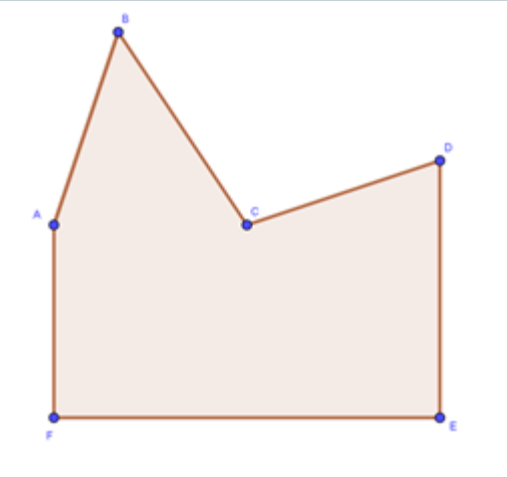
D1 Cosa abbiamo fatto in classe?

D2 A quali conclusioni siamo arrivati?

D3 Cosa hai capito e cosa non è stato chiaro nella discussione?

D4 Quale figura è stata più facile da disegnare?

D5 Prova a riprodurre la seguente figura in due sistemi di riferimento con diversa unità di misura. Cosa osservi?



Riproduciamo le figure – Attività 2

Cosa emerge dalla riflessione.

Tutti gli studenti hanno compreso lo scopo del gioco e quasi tutti sono convinti che per riprodurre una figura è vantaggioso collocarla nel piano cartesiano.

"Con il piano cartesiano è possibile rappresentare ogni punto e quindi qualsiasi figura"
"Con il piano cartesiano i margini di errore per rappresentare le figure sono minori"
"Dato che nel secondo disegno era presente la quadrettatura ed i vertici della figura erano rappresentati da numeri interi, sarebbe stato utile riprodurre direttamente sulla figura il piano cartesiano e dare le coordinate dei vertici ai disegnatori"
"Ho capito che bastava riprodurre mentalmente un piano cartesiano sulla figura data e dare le coordinate ai disegnatori"

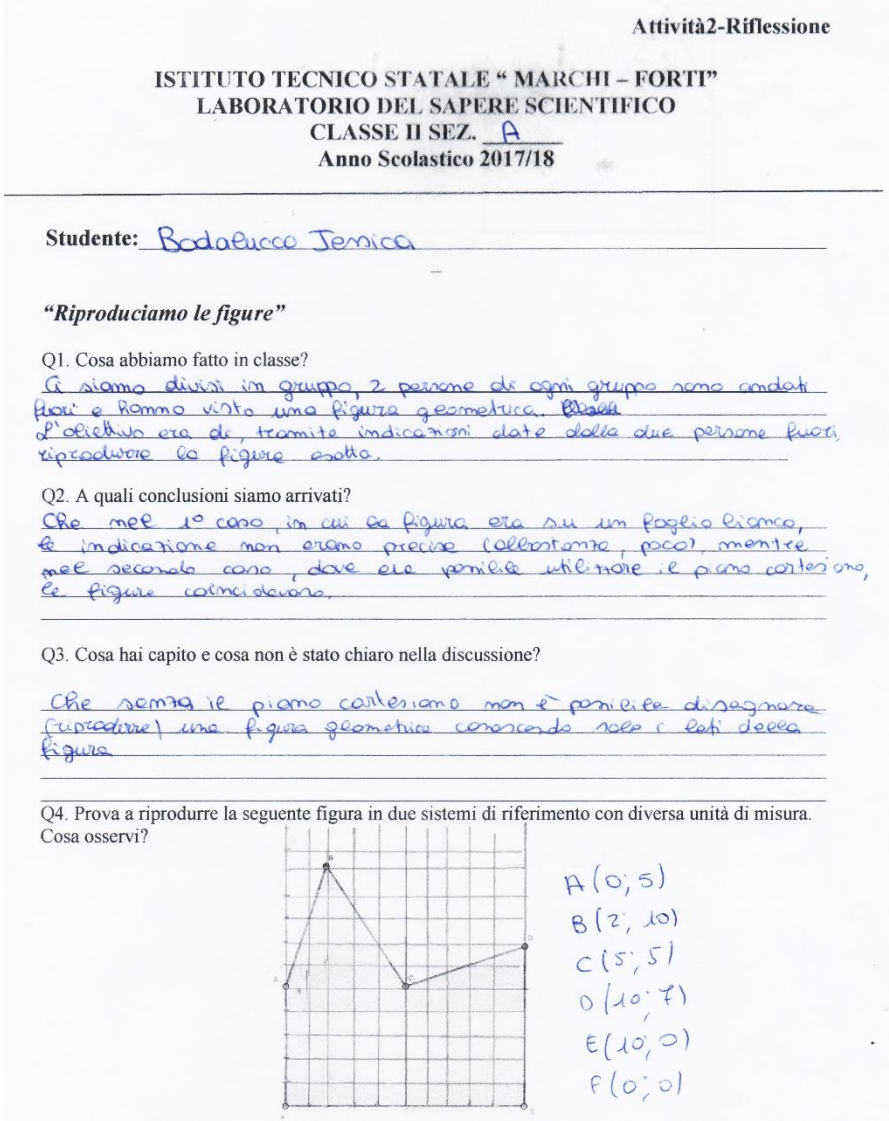
"La seconda figura è stata più facile da disegnare perché c'era la quadrettatura. Nella prima invece c'era da capire l'angolazione e la lunghezza dei segmenti"

Il gruppo che si ostinava a descrivere i poligoni attraverso indicazioni su angoli e segmenti continuava a vedere la stessa difficoltà in entrambe le figure.

Un gruppo riferisce che, pur avendo notato la necessità di inserire una quadrettatura già alla consegna del primo foglio, non l'ha utilizzata perché *"ci tornava meglio dare i comandi senza usare la quadrettatura dal momento che non avevamo un foglio quadrettato sul quale disegnare, ma se lo avessimo avuto sarebbe stato utile"*.

Per molti studenti, l'utilizzo di unità di misura diverse ha comportato un cambiamento della dimensione del poligono ma non della forma.

Riproduciamo le figure – Attività 2
Cosa emerge dalla discussione



Attività2-Riflessione

ISTITUTO TECNICO STATALE " MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. A
Anno Scolastico 2017/18

Studente: Bodalucco Jessica

"Riproduciamo le figure"

Q1. Cosa abbiamo fatto in classe?

Ci siamo divisi in gruppo, 2 persone di ogni gruppo sono andati fuori e hanno visto una figura geometrica. L'obiettivo era di, tramite indicazioni date dalle due persone fuori, riprodurre la figura esatta.

Q2. A quali conclusioni siamo arrivati?

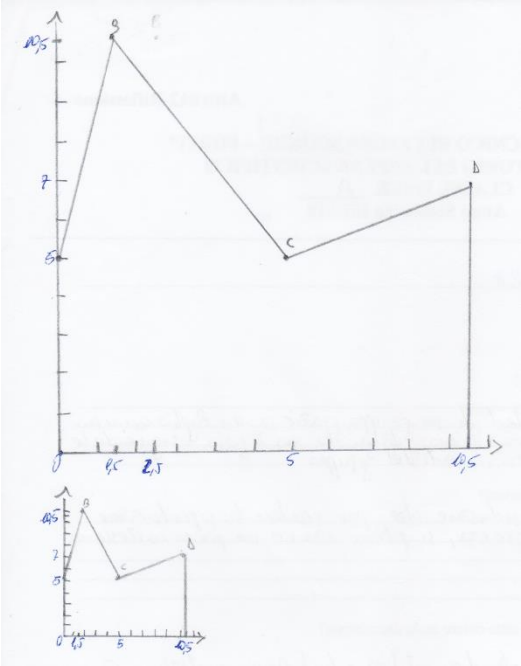
Che nel 1° caso, in cui la figura era su un foglio bianco, le indicazione non erano precise (abbastanza, poco), mentre nel secondo caso, dove era possibile utilizzare il piano cartesiano, le figure coincidevano.

Q3. Cosa hai capito e cosa non è stato chiaro nella discussione?

Che senza il piano cartesiano non è possibile disegnare (riprodurre) una figura geometrica conoscendo solo i lati della figura

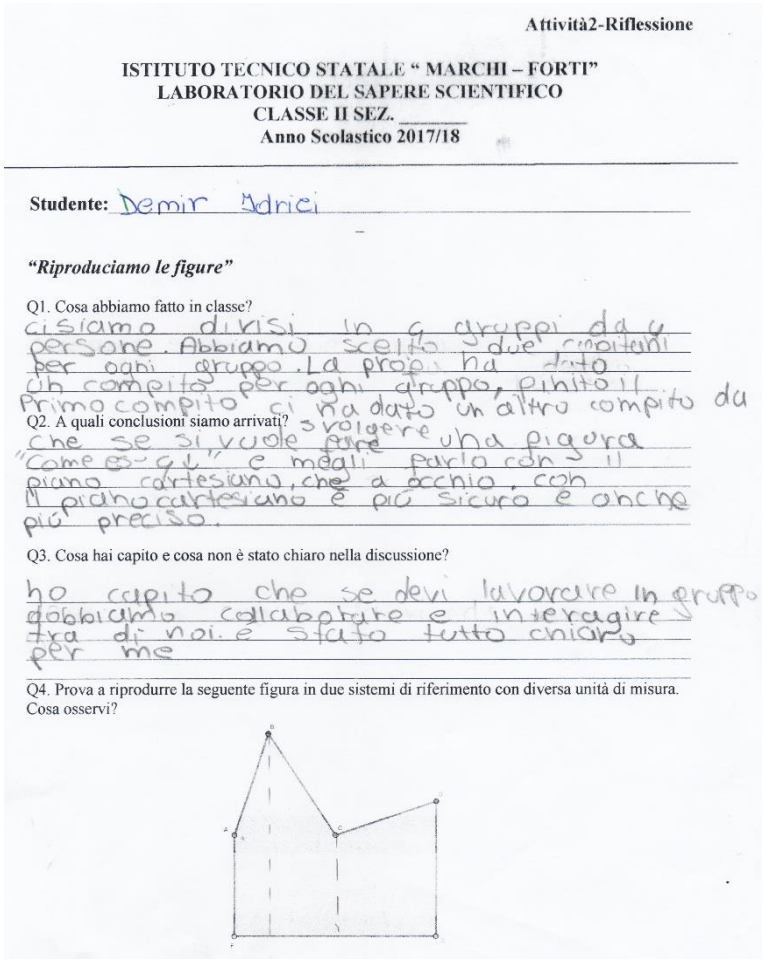
Q4. Prova a riprodurre la seguente figura in due sistemi di riferimento con diversa unità di misura. Cosa osservi?

A(0;5)
B(2;10)
C(5;5)
D(10;7)
E(10;0)
F(0;0)



...gli studenti hanno buone capacità di rielaborazione dell'attività. Tutti sono arrivati alla conclusione che l'utilizzo del piano cartesiano avrebbe favorito sia il suggeritore nel dare i comandi che i disegnatori nel rappresentare le figure

Riproduciamo le figure – Attività 2
Cosa emerge dalla discussione



Attività2-Riflessione

ISTITUTO TECNICO STATALE " MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____
Anno Scolastico 2017/18

Studente: Demir Idrici

"Riproduciamo le figure"

Q1. Cosa abbiamo fatto in classe?
ci siamo divisi in 4 gruppi da 4 persone. Abbiamo scelto 2 due compitani per ogni gruppo. La prof ha dato un compito per ogni gruppo, finito il primo compito ci ha dato un altro compito da svolgere

Q2. A quali conclusioni siamo arrivati?
che se si vuole fare una figura "Come es- 4 ↓" e meglio parlo con il piano cartesiano, che a occhio. con il piano cartesiano è più sicuro e anche più preciso.

Q3. Cosa hai capito e cosa non è stato chiaro nella discussione?
ho capito che se devi lavorare in gruppo dobbiamo collaborare e interagire tra di noi. è stato tutto chiaro per me

Q4. Prova a riprodurre la seguente figura in due sistemi di riferimento con diversa unità di misura. Cosa osservi?

...lo studente con un linguaggio molto impreciso dichiara il suo apprezzamento e la sua soddiafazione per il lavoro di gruppo che gli ha permesso di capire lo scopo della lezione

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3

Obiettivi dell'attività

In base a quanto emerso dall'analisi dei prerequisiti e dalla conduzione del gioco si propongono agli studenti alcune attività di gruppo che permettono loro di:

- Riconoscere in situazioni reali il sistema di riferimento monodimensionale
- Riflettere sul significato di origine e di unità di misura
- Comprendere e saper formalizzare la traslazione dell'origine di un sistema di riferimento e il cambiamento di unità di misura
- Saper individuare e saper scrivere relazioni sulla retta orientata (intervalli e semirette) anche con l'utilizzo dei connettivi logici
- Comprendere la scrittura di intervalli e semirette quando gli estremi sono descritti da parametri
- Riflettere sul concetto di distanza tra due punti sulla retta anche attraverso il valore assoluto

Metodologia di lavoro

Lavoro in gruppi cooperativi e discussione guidata dall'insegnante

Strumenti: Scheda di lavoro, righello, calcolatrice

Tempi: 5 ore

Distanza e relazioni sulla retta orientata– Attività 3
Scheda di lavoro - Termometri e righelli

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1)
2)
3)
4)
5)
6)

Riflettiamo su situazioni tratte dalla vita quotidiana

P.1 La temperatura di uno stesso oggetto può essere espressa indifferentemente sia in gradi Celsius o centigradi (°C), sia in gradi assoluti o Kelvin (K).
Precisamente, la temperatura del ghiaccio fondente 0° corrisponde a 273,15 K, mentre la temperatura dell'acqua bollente 100° corrisponde a 373,15 K.

A quanti gradi K corrisponde 1°C?	
Rappresenta su due rette orientate i due sistemi di rilevazione della temperatura	
I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	
Qual è la formula di "passaggio" da riferimento centigrado al riferimento Kelvin?	
Qual è la formula di "passaggio" da riferimento Kelvin al riferimento centigrado?	

Situazione reale: Termometro a doppia scala (°C – °K)
Si tratta del confronto tra due termometri aventi diversa origine, ossia della traslazione dell'origine di un sistema di riferimento cartesiano sulla retta.

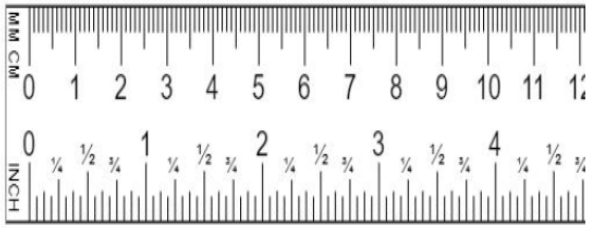
Argomento di riflessione e discussione
Se xOu è un sistema di riferimento sulla retta e $x'O'u$ è un secondo sistema di riferimento avente la stessa unità di misura, lo stesso verso, ma con l'origine traslata di h (coordinata di O') le relazioni che permettono di passare da un sistema di riferimento all'altro sono $x'=x-h$ oppure $x=x'+h$.

I segmenti mantengono la stessa lunghezza?

Distanza e relazioni sulla retta orientata– Attività 3
Scheda di lavoro - Termometri e righelli

P.2 I righelli di programmi word-processor o grafici possono essere settati in cm o in pollici (inches). La tabella di conversione delle unità di misura fornice il seguente fattore di conversione:

1 inch=2,54 cm



Affiancando il righello con le tacche in centimetri e quello con le tacche in pollici otteniamo due sistemi di riferimento.

I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	
A quanti pollici corrispondono 4 cm?	
A quanti centimetri corrispondono 8 pollici?	
Se indichiamo con x la misura in cm e con x' la misura in pollici, qual è la formula che esprime il passaggio da pollici a cm?	
Qual è la formula che esprime il passaggio da cm a pollici?	

Situazione reale: Righello di word

Si tratta di due regoli aventi la stessa origine e tacche graduate direttamente proporzionali, ossia del cambiamento di scala (contrazione o dilatazione).

Argomento di riflessione e discussione

Se xOu è un sistema di riferimento sulla retta e $x'Ou'$ è un secondo sistema di riferimento avente la stessa origine lo stesso verso, ma con diversa unità di misura ($u'= (1/k)u$), le relazioni che permettono di passare da un sistema di riferimento all'altro sono $x'=xk$ oppure $x=x'/k$.

I segmenti mantengono la stessa lunghezza?

Distanza e relazioni sulla retta orientata– Attività 3
Scheda di lavoro - Termometri e righelli

P.3 Termometro a doppia scala Celsius e Fahrenheit

Confrontando le scale termometriche Celsius e Fahrenheit, si osserva che:

Ghiaccio fondente 0°C=32°F
Acqua bollente 100°C=212°F

I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	
Un grado C è uguale a _____ gradi F Un grado F è uguale a _____ gradi C	
Se indichiamo con x la temperatura in C e con x' la temperatura in F, qual è la formula che esprime il passaggio gradi C a gradi F?	
Qual è la formula che esprime il passaggio gradi F a gradi C?	

Situazione reale: Termometro a doppia scala (C-F)

Si tratta di due regoli aventi diversa origine e tacche graduate direttamente proporzionali.
Dobbiamo prima operare un cambiamento di unità di misura e successivamente una traslazione dell'origine.

Argomento di riflessione e discussione.

Se xOu è un sistema di riferimento sulla retta e $x'O'u'$ è un secondo sistema di riferimento avente una diversa unità di misura $u' = (1/k)u$ ed origine O' traslata di h rispetto ad O, le relazioni che permettono di passare da un sistema di riferimento all'altro sono $x'=xk-h$ oppure $x=(x'+h)/k$.

I segmenti mantengono la stessa lunghezza?
Se operiamo prima una traslazione dell'origine e poi un cambiamento dell'unità di misura otteniamo le stesse formule?

Distanza e relazioni sulla retta orientata– Attività 3
Analisi delle scheda di lavoro – Termometri e righelli

Attività4 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1) Castellano Andrea
2) Paolini Pietro
3) Franceschini Gabriele
4) Tessitore Lorenzo (Assente)
5) Orlandi Andrea (Assente)
6)

Riflettiamo su situazioni tratte dalla vita quotidiana

P.1 La temperatura di uno stesso oggetto può essere espressa indifferentemente sia in gradi Celsius o centigradi (°C), sia in gradi assoluti o Kelvin (K).
Precisamente, la temperatura del ghiaccio fondente 0° corrisponde a 273,15K, mentre la temperatura dell'acqua bollente 100° corrisponde a 373,15K.

A quanti gradi K corrisponde 1°C?	274,15 K
Rappresenta su due rette orientate i due sistemi di rilevazione della temperatura	K: 0, 273,15, 373,15 C: -273,15, 0, 100
I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	NO, HANNO DUE VALORI DIVERSI
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	NO, HANNO 2 DIVERSE UNITÀ DI MISURA, CELSIUS E KELVIN
Qual è la formula di "passaggio" da riferimento centigrado al riferimento Kelvin?	AGGIUNGERE 273,15 AL VALORE IN CELSIUS
Qual è la formula di "passaggio" da riferimento Kelvin al riferimento centigrado?	TOGLIERE 273,15 AL VALORE IN KELVIN

Si tratta di una traslazione dell'origine: $x' = x + h$

P.2 I righelli di programmi word-processor o grafici possono essere settati in cm o in pollici (inches). La tabella di conversione delle unità di misura fornice il seguente fattore di conversione:

1 inch=2,54cm

Affiancando il righello con le tacche in centimetri e quello con le tacche in pollici otteniamo due sistemi di riferimento.

I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	Sì, perché hanno lo stesso valore d'origine
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	NO, hanno 2 unità di misura diverse (inch e centimetri)
Se indichiamo con x la misura in cm e con x' la misura in pollici, qual è la formula che esprime il passaggio da pollici a cm?	La formula per trovare i centimetri è cm = 2,54 · inch
Qual è la formula che esprime il passaggio da cm a pollici?	La formula per trovare gli inch è inch = cm / 2,54

Si tratta di un cambiamento dell'unità di misura (dilatazione o contrazione): $x' = kx$

P.3 Termometro a doppia scala Celsius e Fahrenheit

Confrontando le scale termometriche Celsius e Fahrenheit, si osserva che:

Ghiaccio fondente 0°C=32°F
Acqua bollente 100°C=212°F

I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	NO, NON HANNO LA STESSA ORIGINE
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	NO, hanno 2 unità di misura diverse (°F e °C)
Un grado C è uguale a 33,8 gradi F Un grado F è uguale a -17,2 gradi C	1C° = 33,8F 1F = -17,8C
Se indichiamo con x la temperatura in C e con x' la temperatura in F, qual è la formula che esprime il passaggio gradi C a gradi F?	F=Kx+0
Qual è la formula che esprime il passaggio gradi F a gradi C?	C=Kx+32

Si tratta di un cambiamento di unità di misura e successivamente di una traslazione $x' = kx + h$, una trasformazione lineare.

...in P.1 gli studenti riconoscono che i due sistemi di riferimento hanno diversa origine, ma erroneamente affermano che anche l'unità di misura è diversa. Interpretano l'unità di misura come misura della grandezza fisica e non come tacca unitaria sulla scala. Non riescono a definire e formalizzare la relazione in P.3

Distanza e relazioni sulla retta orientata– Attività 3
Analisi delle scheda di lavoro – Termometri e righelli

G2

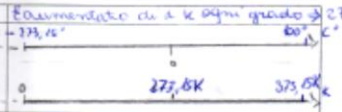
Attività4 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. A
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1) Debre Bianca
2) Mema Arnoldo
3) Loscalzo Patrizio
4) Demir Sonia
5)
6)

Riflettiamo su situazioni tratte dalla vita quotidiana

P.1 La temperatura di uno stesso oggetto può essere espressa indifferentemente sia in gradi Celsius o centigradi (°C), sia in gradi assoluti o Kelvin (K).
Precisamente, la temperatura del ghiaccio fondente 0° corrisponde a 273,15K, mentre la temperatura dell'acqua bollente 100° corrisponde a 373,15K.

A quanti gradi K corrisponde 1°C?	Aumentando di 1 K ogni grado → 274,15
Rappresenta su due rette orientate i due sistemi di rilevazione della temperatura	
I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	NO
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	SÌ, CON L'AUMENTO DI 1°C AUMENTA ANCHE 1K
Qual è la formula di "passaggio" da riferimento centigrado al riferimento Kelvin?	K = °C + 273,15
Qual è la formula di "passaggio" da riferimento Kelvin al riferimento centigrado?	°C = K − 273,15

Si tratta di una traslazione dell'origine: $x' = x + h$

P.2 I righelli di programmi word-processor o grafici possono essere settati in cm o in pollici (inches). La tabella di conversione delle unità di misura fornice il seguente fattore di conversione:

1 inch=2,54cm

Affiancando il righello con le tacche in centimetri e quello con le tacche in pollici otteniamo due sistemi di riferimento.

I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	SÌ, HANNO GLI 0 NELLA STESSA POSIZIONE
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	NO
Se indichiamo con x la misura in cm e con x' la misura in pollici, qual è la formula che esprime il passaggio da pollici a cm?	$x = \frac{1}{2,54} x'$
Qual è la formula che esprime il passaggio da cm a pollici?	$x' = 2,54x$

Si tratta di un cambiamento dell'unità di misura (dilatazione o contrazione): $x' = kx$

P.3 Termometro a doppia scala Celsius e Fahrenheit

Confrontando le scale termometriche Celsius e Fahrenheit, si osserva che:

Ghiaccio fondente 0°C=32°F
Acqua bollente 100°C=212°F

I due sistemi di riferimento hanno la stessa origine?	NO, HANNO GLI 0 IN POSIZIONI DIVERSE
I due sistemi di riferimento hanno la stessa unità di misura?	NO
Un grado C è uguale a 1,8 gradi F Un grado F è uguale a 0,5 gradi C	$\frac{212-32}{100} = 1,8°F$ $\frac{1}{1,8} = 0,5°C$
Se indichiamo con x la temperatura in C e con x' la temperatura in F, qual è la formula che esprime il passaggio gradi C a gradi F?	°F = °C · 1,8 + 32
Qual è la formula che esprime il passaggio gradi F a gradi C?	$°C = \frac{1}{1,8} °F - \frac{32}{1,8}$

Si tratta di un cambiamento di unità di misura e successivamente di una traslazione $x' = kx + h$, una trasformazione lineare.

...gli studenti rispondono correttamente a tutte le domande, dimostrando di aver ben chiaro il concetto di origine e costante di conversione anche se non sempre utilizzano le variabili suggerite

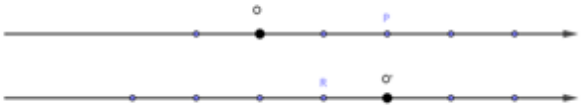
Distanza e relazioni sulla retta orientata– Attività 3
Scheda per il recupero

Attività3 – "Distanza e relazioni sulla retta orientata"

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____
Anno Scolastico 2017/18

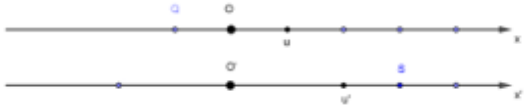
Scheda di recupero: Trasformazioni lineari sulla retta

D.1 Dati i sistemi di riferimento sulla retta orientata xOu e $x'O'u$ aventi la stessa unità indicata dal diagramma.



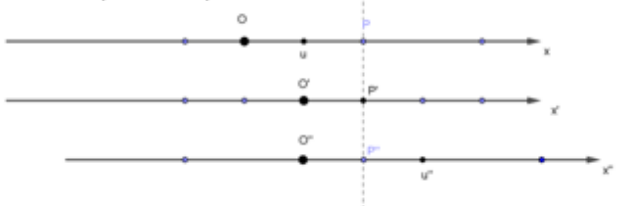
Qual è la coordinata di O' rispetto al primo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di O' rispetto al secondo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di P rispetto al primo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di P rispetto al secondo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di R rispetto al secondo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di R rispetto al primo sistema di riferimento?	
Qual è la relazione tra la coordinata x' e la coordinata x (traslazione)	

D.2 Dati i sistemi di riferimento sulla retta orientata xOu e $x'Ou'$ aventi la stessa origine ma diversa unità di misura come indicato nel diagramma



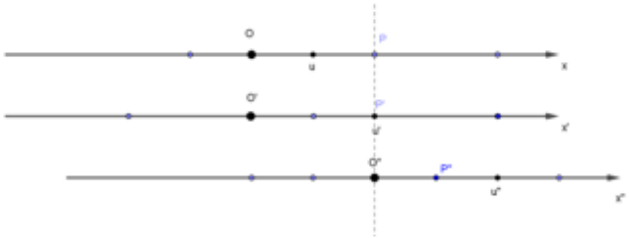
Qual è la coordinata di O' rispetto al primo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di O' rispetto al secondo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di Q rispetto al primo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di Q rispetto al secondo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di S rispetto al secondo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di S rispetto al primo sistema di riferimento?	
Qual è relazione tra la coordinata x' e la coordinata x (omotetia)	

D.3 Dati i sistemi di riferimento sulla retta orientata xOu e $x''O''u''$ ottenuto dal sistema xOu effettuando prima una traslazione dell'origine di 1 verso destra e poi modificando l'unità di misura da 1 a 2 (dilatazione di 2)



Qual è la coordinata di P rispetto al primo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di P rispetto al secondo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di P rispetto al terzo sistema di riferimento?	
Qual è la relazione che esprime x' in funzione di x?	
Qual è la relazione che esprime x'' in funzione di x'?	
Qual è la relazione che esprime x'' in funzione di x?	

D.4 Dati i sistemi di riferimento sulla retta orientata xOu e $x''O''u''$ ottenuto dal sistema xOu effettuando prima una omotetia di fattore 2 e poi una traslazione dell'origine di 1 verso destra



Qual è la coordinata di P rispetto al primo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di P rispetto al secondo sistema di riferimento?	
Qual è la coordinata di P rispetto al terzo sistema di riferimento?	
Qual è la relazione che esprime x' in funzione di x?	
Qual è la relazione che esprime x'' in funzione di x'?	
Qual è la relazione che esprime x'' in funzione di x?	

...viene proposta un'esercitazione che, attraverso la schematizzazione, guidi gradualmente gli studenti alla formulazione della relazione lineare di passaggio tra due sistemi di riferimento. Sempre attraverso la schematizzazione, gli studenti riflettono sulla non commutatività della composizione tra traslazione e dilatazione.

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3
Dalla descrizione alla formalizzazione - Scheda di lavoro

Attività3 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1)
2)
3)
4)
5)
6)

Sottoinsiemi della retta e loro scrittura in simboli matematici

Si ricorda che la retta orientata (o sistema di riferimento cartesiano 1D) è una retta su cui sono stati fissati un'origine O a cui si fa corrispondere lo zero, un segmento unità di misura ed un verso di percorrenza.

Q1. Individuare sulla retta orientata, colorandoli in rosso, i seguenti sottoinsiemi

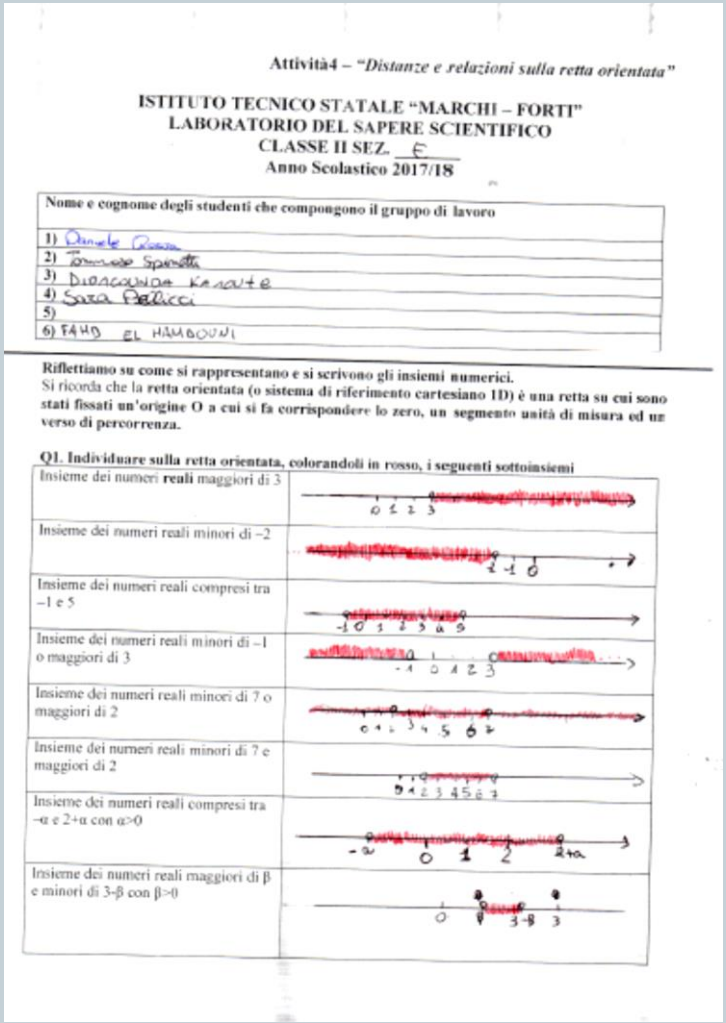
Insieme dei numeri reali maggiori di 3	
Insieme dei numeri reali minori di –2	
Insieme dei numeri reali compresi tra –1 e 5	
Insieme dei numeri reali minori di –1 o maggiori di 3	
Insieme dei numeri reali minori di 7 o maggiori di 2	
Insieme dei numeri reali minori di 7 e maggiori di 2	
Insieme dei numeri reali compresi tra –α e 2+α con α>0	
Insieme dei numeri reali maggiori di β e minori di 3-β con β>0	

Q2. Scrivere con il linguaggio matematico i sottoinsiemi che hai colorato

Insieme dei numeri reali maggiori di 3	
Insieme dei numeri reali minori di –2	
Insieme dei numeri reali compresi tra –1 e 5	
Insieme dei numeri reali minori di –1 o maggiori di 3	
Insieme dei numeri reali minori di 7 o maggiori di 2	
Insieme dei numeri reali minori di 7 e maggiori di 2	
Insieme dei numeri reali compresi tra –α e 2+α con α>0	
Insieme dei numeri reali maggiori di β e minori di 3-β con β>0	

Fornendo la descrizione di sottoinsiemi della retta orientata in linguaggio naturale, si chiede agli studenti di individuarli graficamente. Successivamente viene chiesto loro di scrivere gli stessi sottoinsiemi con il linguaggio formale.
Le domande sono poste con diversi gradi di difficoltà; si richiede la conoscenza dei connettivi logici e la scrittura di intervalli con estremi non numerici.

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3
Analisi delle schede di lavoro



Attività4 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

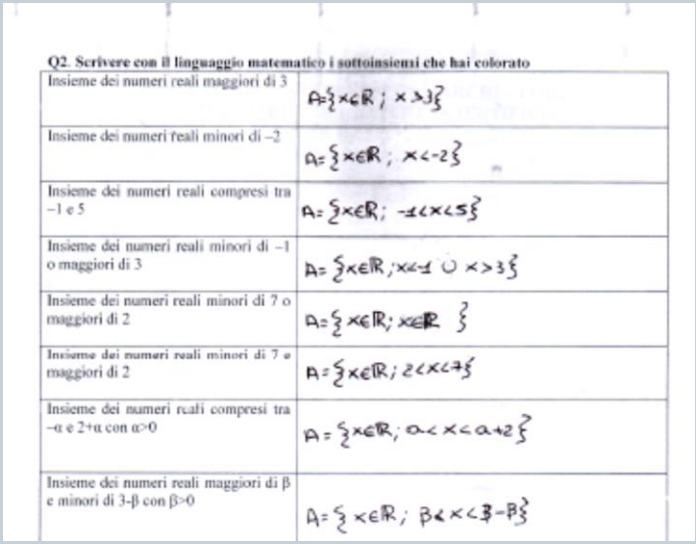
ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. E
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1) Daniele Rossa
2) Tommaso Sparatta
3) Diacquino Renato
4) Sara Pellicci
5)
6) FAHD EL HAMOUNI

Riflettiamo su come si rappresentano e si scrivono gli insiemi numerici.
Si ricorda che la **retta orientata (o sistema di riferimento cartesiano 1D) è una retta su cui sono stati fissati un'origine O a cui si fa corrispondere lo zero, un segmento unità di misura ed un verso di percorrenza.**

Q1. Individuare sulla retta orientata, colorandoli in rosso, i seguenti sottoinsiemi

Insieme dei numeri reali maggiori di 3	
Insieme dei numeri reali minori di –2	
Insieme dei numeri reali compresi tra –1 e 5	
Insieme dei numeri reali minori di –1 o maggiori di 3	
Insieme dei numeri reali minori di 7 o maggiori di 2	
Insieme dei numeri reali minori di 7 e maggiori di 2	
Insieme dei numeri reali compresi tra –α e 2+α con α>0	
Insieme dei numeri reali maggiori di β e minori di 3-β con β>0	

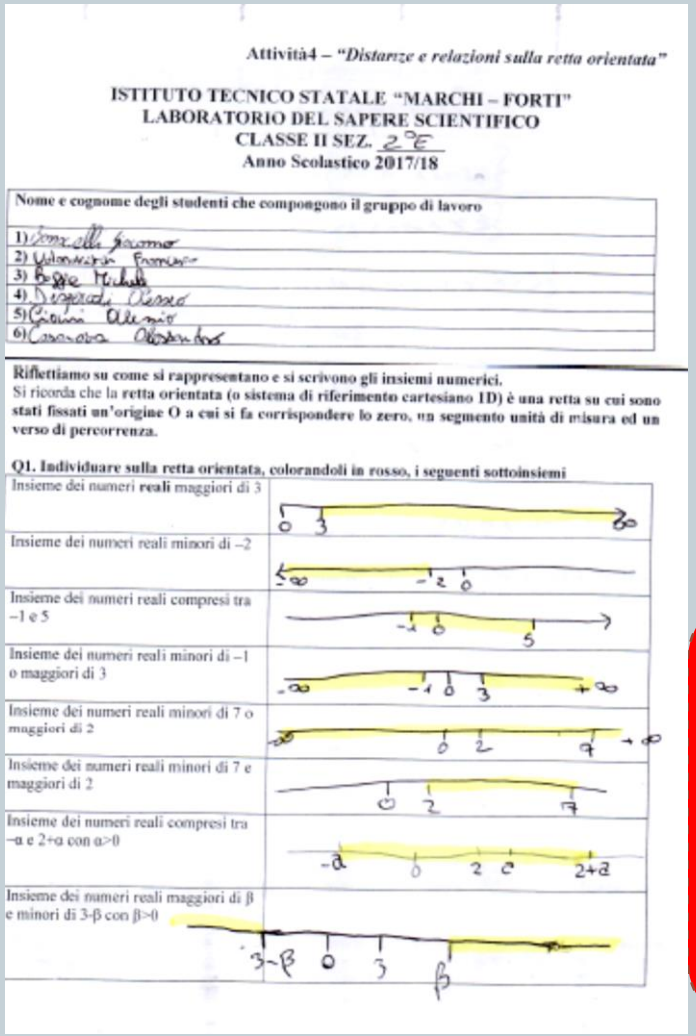


Q2. Scrivere con il linguaggio matematico i sottoinsiemi che hai colorato

Insieme dei numeri reali maggiori di 3	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x>3\}$
Insieme dei numeri reali minori di –2	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x<-2\}$
Insieme dei numeri reali compresi tra –1 e 5	$A=\{x\in\mathbb{R};\ -1<x<5\}$
Insieme dei numeri reali minori di –1 o maggiori di 3	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x<-1 \cup x>3\}$
Insieme dei numeri reali minori di 7 o maggiori di 2	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x\in\mathbb{R}\}$
Insieme dei numeri reali minori di 7 e maggiori di 2	$A=\{x\in\mathbb{R};\ 2<x<7\}$
Insieme dei numeri reali compresi tra –α e 2+α con α>0	$A=\{x\in\mathbb{R};\ a<x<a+2\}$
Insieme dei numeri reali maggiori di β e minori di 3-β con β>0	$A=\{x\in\mathbb{R};\ \beta<x<3-\beta\}$

...gli studenti dimostrano di saper passare dalla descrizione con il linguaggio naturale alla rappresentazione grafica e alla scrittura formale sia con gli estremi numerici, sia nel caso parametrico più semplice. Nell'ultimo quesito considerano soltanto un caso particolare del parametro.

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3
Analisi delle schede di lavoro



Attività4 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

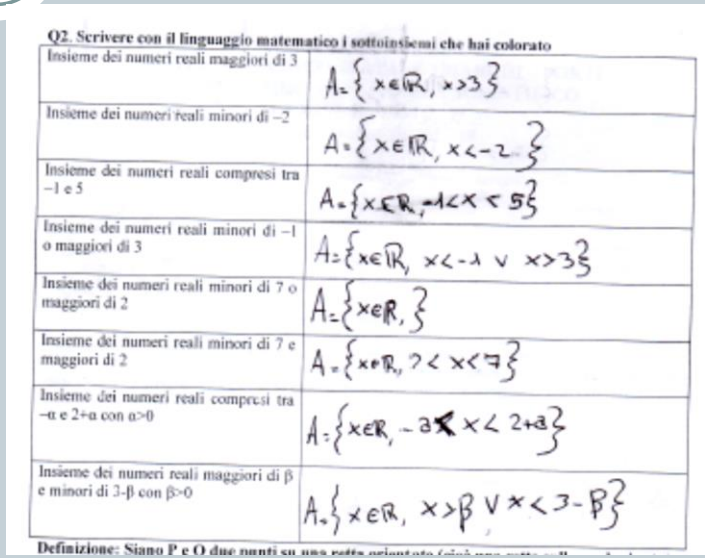
ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. 2°E
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1) [illegible]
2) [illegible]
3) [illegible]
4) [illegible]
5) [illegible]
6) [illegible]

Riflettiamo su come si rappresentano e si scrivono gli insiemi numerici.
Si ricorda che la **retta orientata (o sistema di riferimento cartesiano 1D) è una retta su cui sono stati fissati un'origine O a cui si fa corrispondere lo zero, un segmento unità di misura ed un verso di percorrenza.**

Q1. Individuare sulla retta orientata, colorandoli in rosso, i seguenti sottoinsiemi

Insieme dei numeri reali maggiori di 3	0 3 ∞
Insieme dei numeri reali minori di –2	-∞ -2 0
Insieme dei numeri reali compresi tra –1 e 5	-1 0 5
Insieme dei numeri reali minori di –1 o maggiori di 3	-∞ -1 0 3 +∞
Insieme dei numeri reali minori di 7 o maggiori di 2	-∞ 0 2 7 +∞
Insieme dei numeri reali minori di 7 e maggiori di 2	0 2 7
Insieme dei numeri reali compresi tra –α e 2+α con α>0	-α 0 2 α 2+α
Insieme dei numeri reali maggiori di β e minori di 3-β con β>0	3-β 0 3 β



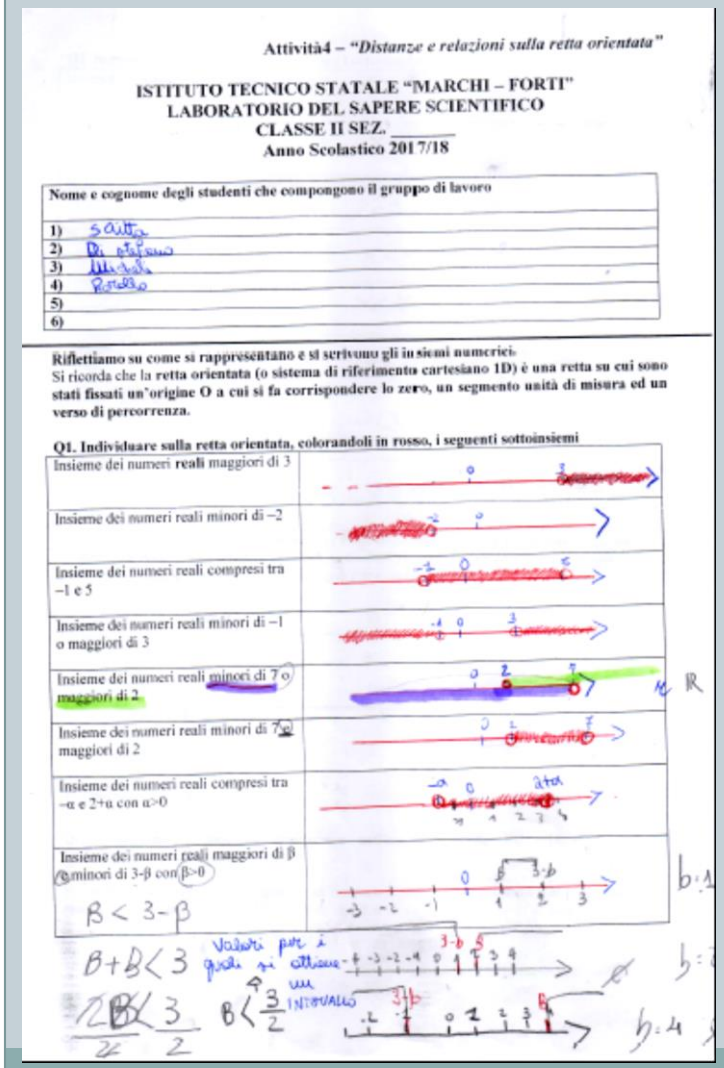
Q2. Scrivere con il linguaggio matematico i sottoinsiemi che hai colorato

Insieme dei numeri reali maggiori di 3	$A=\{x\in\mathbb{R},\ x>3\}$
Insieme dei numeri reali minori di –2	$A=\{x\in\mathbb{R},\ x<-2\}$
Insieme dei numeri reali compresi tra –1 e 5	$A=\{x\in\mathbb{R},\ -1<x<5\}$
Insieme dei numeri reali minori di –1 o maggiori di 3	$A=\{x\in\mathbb{R},\ x<-1 \vee x>3\}$
Insieme dei numeri reali minori di 7 o maggiori di 2	$A=\{x\in\mathbb{R},\}$
Insieme dei numeri reali minori di 7 e maggiori di 2	$A=\{x\in\mathbb{R},\ 2<x<7\}$
Insieme dei numeri reali compresi tra –α e 2+α con α>0	$A=\{x\in\mathbb{R},\ -\alpha<x<2+\alpha\}$
Insieme dei numeri reali maggiori di β e minori di 3-β con β>0	$A=\{x\in\mathbb{R},\ x>\beta \vee x<3-\beta\}$

Definizione: Siano P e O due punti su una retta orientata

...anche in questa scheda gli studenti dimostrano di saper rappresentare e formalizzare i sottoinsiemi forniti in linguaggio naturale. Nell'ultimo quesito considerano soltanto un caso particolare del parametro; sono capaci di rappresentare gli estremi, ma sbagliano nell'individuare l'intersezione.

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3
Analisi delle schede di lavoro



Attività4 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1) Scutta
2) Di Stefano
3) Michela
4) Rosella
5)
6)

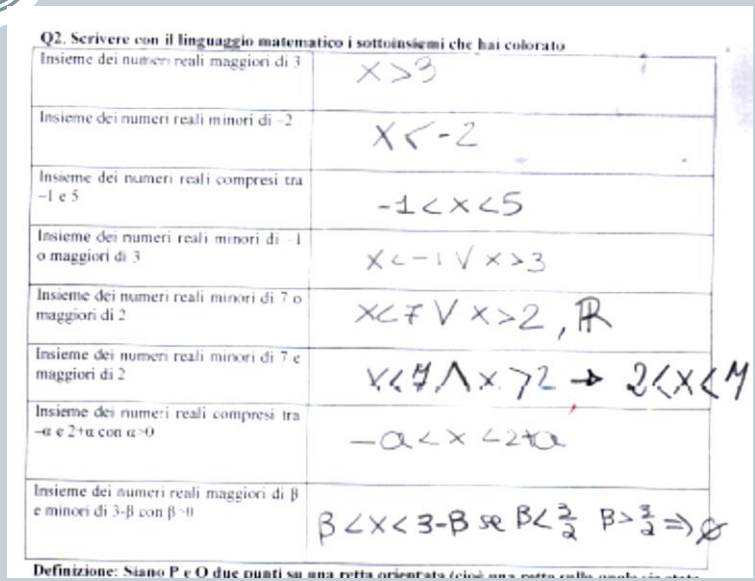
Riflettiamo su come si rappresentano e si scrivono gli insiemi numerici.
Si ricorda che la **retta orientata (o sistema di riferimento cartesiano 1D)** è una retta su cui sono stati fissati un'origine O a cui si fa corrispondere lo zero, un segmento unità di misura ed un verso di percorrenza.

Q1. Individuare sulla retta orientata, colorandoli in rosso, i seguenti sottoinsiemi

Insieme dei numeri reali maggiori di 3	
Insieme dei numeri reali minori di –2	
Insieme dei numeri reali compresi tra –1 e 5	
Insieme dei numeri reali minori di –1 o maggiori di 3	
Insieme dei numeri reali minori di 7 o maggiori di 2	
Insieme dei numeri reali minori di 7 e maggiori di 2	
Insieme dei numeri reali compresi tra –α e 2+α con α>0	
Insieme dei numeri reali maggiori di β e minori di 3-β con β>0	$\beta < 3-\beta$

$\beta + \beta < 3$ Valori per i quali si ottiene un INTERVALLO

$2\beta < 3$, $\beta < \frac{3}{2}$



Q2. Scrivere con il linguaggio matematico i sottoinsiemi che hai colorato

Insieme dei numeri reali maggiori di 3	$x>3$
Insieme dei numeri reali minori di –2	$x<-2$
Insieme dei numeri reali compresi tra –1 e 5	$-1<x<5$
Insieme dei numeri reali minori di –1 o maggiori di 3	$x<-1 \vee x>3$
Insieme dei numeri reali minori di 7 o maggiori di 2	$x<7 \vee x>2$, $\mathbb{R}$
Insieme dei numeri reali minori di 7 e maggiori di 2	$x<7 \wedge x>2 \rightarrow 2<x<7$
Insieme dei numeri reali compresi tra –α e 2+α con α>0	$-\alpha<x<2+\alpha$
Insieme dei numeri reali maggiori di β e minori di 3-β con β>0	$\beta<x<3-\beta$ se $\beta<\frac{3}{2}$ $\beta>\frac{3}{2} \Rightarrow \emptyset$

Definizione: Siano P e O due punti su una retta orientata (cioè una retta sulla quale sia stata

...per rappresentare l'insieme con estremi parametrici, gli studenti procedono per tentativi attribuendo a β tre valori interi. Ciò ha fatto sorgere il dubbio che non sempre si possa ottenere un intervallo e discutendone tra di loro sono giunti ad impostare la disequazione che rende l'insieme non vuoto.

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3
Il valore assoluto - Scheda di lavoro

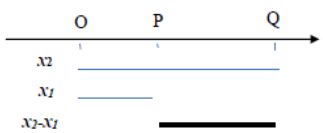
Attività3 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1)
2)
3)
4)
5)
6)

Distanza sulla retta e valore assoluto

Definizione: Siano P e Q due punti su una retta orientata (cioè una retta sulla quale sia stata definita un verso e una unità di misura), le coordinate di P e Q siano rispettivamente x_1 e x_2. Se P < Q la distanza tra P e Q, si indica con $\overline{PQ}$ è uguale a ($x_2 - x_1$).



Se P > Q allora $\overline{PQ}$ è uguale a (x_1 - x_2).

In conclusione si ha $\overline{PQ} = \begin{cases} x_1 - x_2 se x_1 > x_2 \\ x_2 - x_1 se x_2 \geq x_1 \end{cases}$

Queste formule si possono riassumere nell'unica formula $\overline{PQ} = |x_2 - x_1|$ che vale evidentemente anche quando P=Q.

Cosa indica e cosa succede a questa formula se uno dei due valori è zero?

Si ricorda che la distanza da zero di un numero si dice valore assoluto o modulo del numero stesso. Ad esempio 3 è il valore assoluto di +3 e di -3 e si scrive $|-3| = 3$ ed anche $|-3| = 3$ mentre $|0| = 0$

In generale $|a| = \begin{cases} a & se\ a \geq 0 \\ -a & se\ a < 0 \end{cases}$

Q3. Individua sulla retta orientata, colorandoli in rosso, i seguenti sottoinsiemi, in caso di punti indicali con un pallino colorato

Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine uguale a 2	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine minore o uguale a 4	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine maggiore o uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore o uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 minore di 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 0 minore di δ con δ>0	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore di δ con δ>0	

Con la scheda si fornisce agli studenti la definizione di distanza tra due punti come valore assoluto della differenza tra le due coordinate. In questo modo si mettono alla prova gli studenti con la comprensione autonoma di una nuova definizione ed il suo utilizzo.
Si richiede poi di individuare sulla retta orientata dei sottoinsiemi descritti in linguaggio naturale utilizzando la distanza.

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3
Il valore assoluto - Scheda di lavoro

Q4. Scrivere con il linguaggio matematico i sottoinsiemi che hai colorato

Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine uguale a 2	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine minore o uguale a 4	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine maggiore o uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 uguale a 5	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore o uguale a 5	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 minore di 5	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 0 minore di δ con $\delta>0$	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore di δ con $\delta>0$	

Q5. Sappiamo che i punti P e Q stanno su una retta orientata con coordinate rispettivamente x_1 e x_2 e sono tali che $|x_1|>|x_2|$ Come puoi collocare P e Q sulla retta?

Q6. Di tre punti P, Q, R di coordinate rispettivamente x_1, x_2 e x_3 sappiamo che:

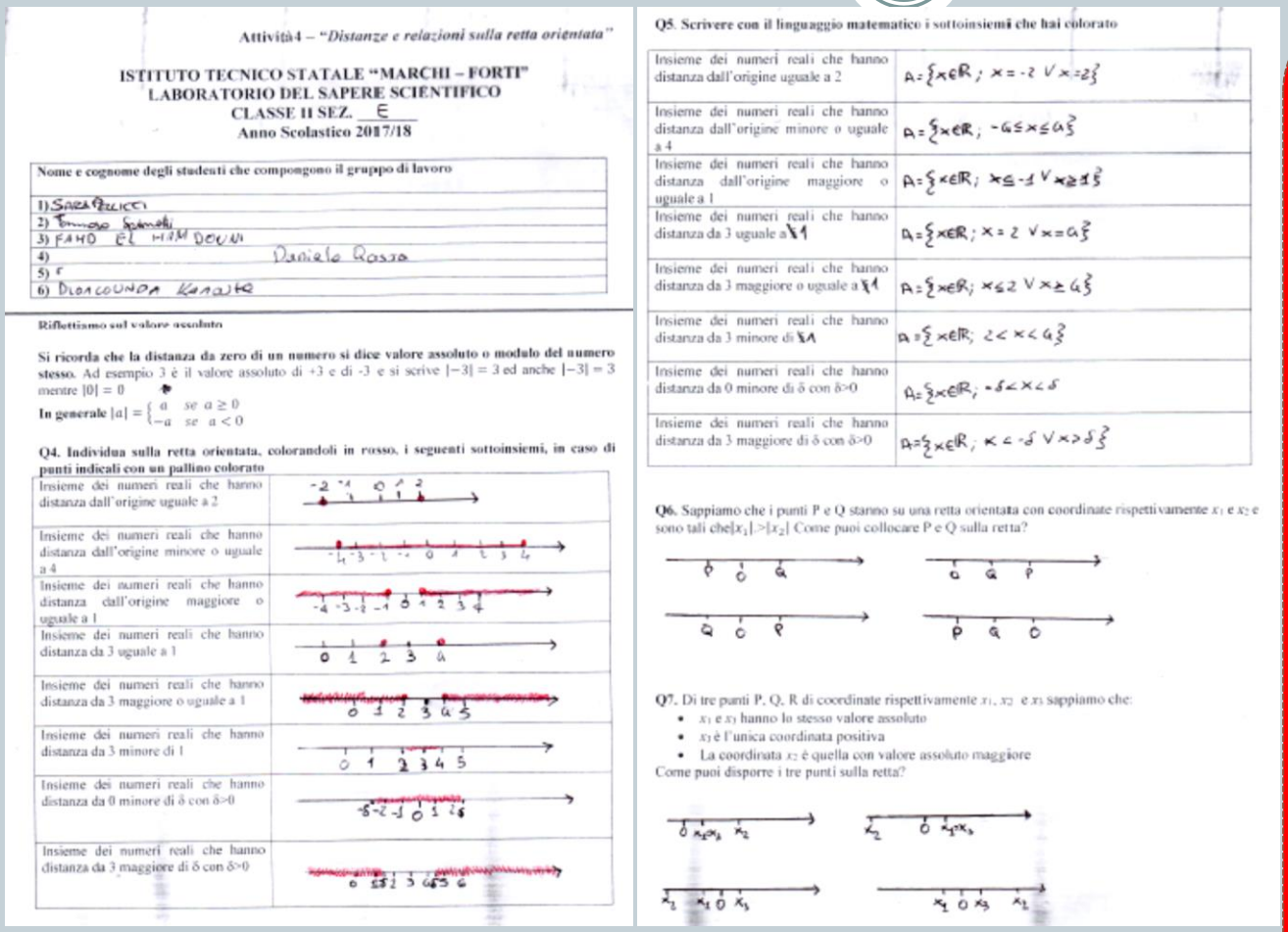
- x_1 e x_3 hanno lo stesso valore assoluto
- x_3 è l'unica coordinata positiva
- La coordinata x_2 è quella con valore assoluto maggiore

Come puoi disporre i tre punti sulla retta?

Si richiede di formalizzare con il linguaggio simbolico quanto fornito in linguaggio naturale e già rappresentato sulla retta reale. Ci si aspetta che gli insiemi vengano formalizzati attraverso il valore assoluto.
Gli ultimi due quesiti richiedono un ragionamento sulla relazione di ordine e sul valore assoluto.

I quesiti posti intendono stimolare, con la collaborazione e la condivisione del sapere, gli studenti a far propri i diversi protocolli di rappresentazione di un sottoinsieme della retta (naturale, grafico, formale) ed essere consapevoli di comunicare con un linguaggio formale adeguato.

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3
Il valore assoluto – Analisi delle schede di lavoro



Attività 4 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. E
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1) Sara Pelucci
2) Tomaso Spinelli
3) FAHD EL HAM DOUNI
4) Daniele Rossa
5)
6) DIONCOUNDA KANAKE

Riflettiamo sul valore assoluto

Si ricorda che la distanza da zero di un numero si dice valore assoluto o modulo del numero stesso. Ad esempio 3 è il valore assoluto di +3 e di -3 e si scrive $|-3| = 3$ ed anche $|-3| = 3$ mentre $|0| = 0$

In generale $|a| = \begin{cases} a & se\ a \geq 0 \\ -a & se\ a < 0 \end{cases}$

Q4. Individua sulla retta orientata, colorandoli in rosso, i seguenti sottoinsiemi, in caso di punti indicati con un pallino colorato

Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine uguale a 2	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine minore o uguale a 4	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine maggiore o uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore o uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 minore di 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 0 minore di δ con δ>0	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore di δ con δ>0	

Q5. Scrivere con il linguaggio matematico i sottoinsiemi che hai colorato

Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine uguale a 2	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x=-2 \vee x=2\}$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine minore o uguale a 4	$A=\{x\in\mathbb{R};\ -4\leq x\leq 4\}$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine maggiore o uguale a 1	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x\leq -1 \vee x\geq 1\}$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 uguale a 1	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x=2 \vee x=4\}$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore o uguale a 1	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x\leq 2 \vee x\geq 4\}$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 minore di 1	$A=\{x\in\mathbb{R};\ 2<x<4\}$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 0 minore di δ con δ>0	$A=\{x\in\mathbb{R};\ -\delta<x<\delta$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore di δ con δ>0	$A=\{x\in\mathbb{R};\ x<-\delta \vee x>\delta\}$

Q6. Sappiamo che i punti P e Q stanno su una retta orientata con coordinate rispettivamente x_1 e x_2 e sono tali che $|x_1|>|x_2|$. Come puoi collocare P e Q sulla retta?

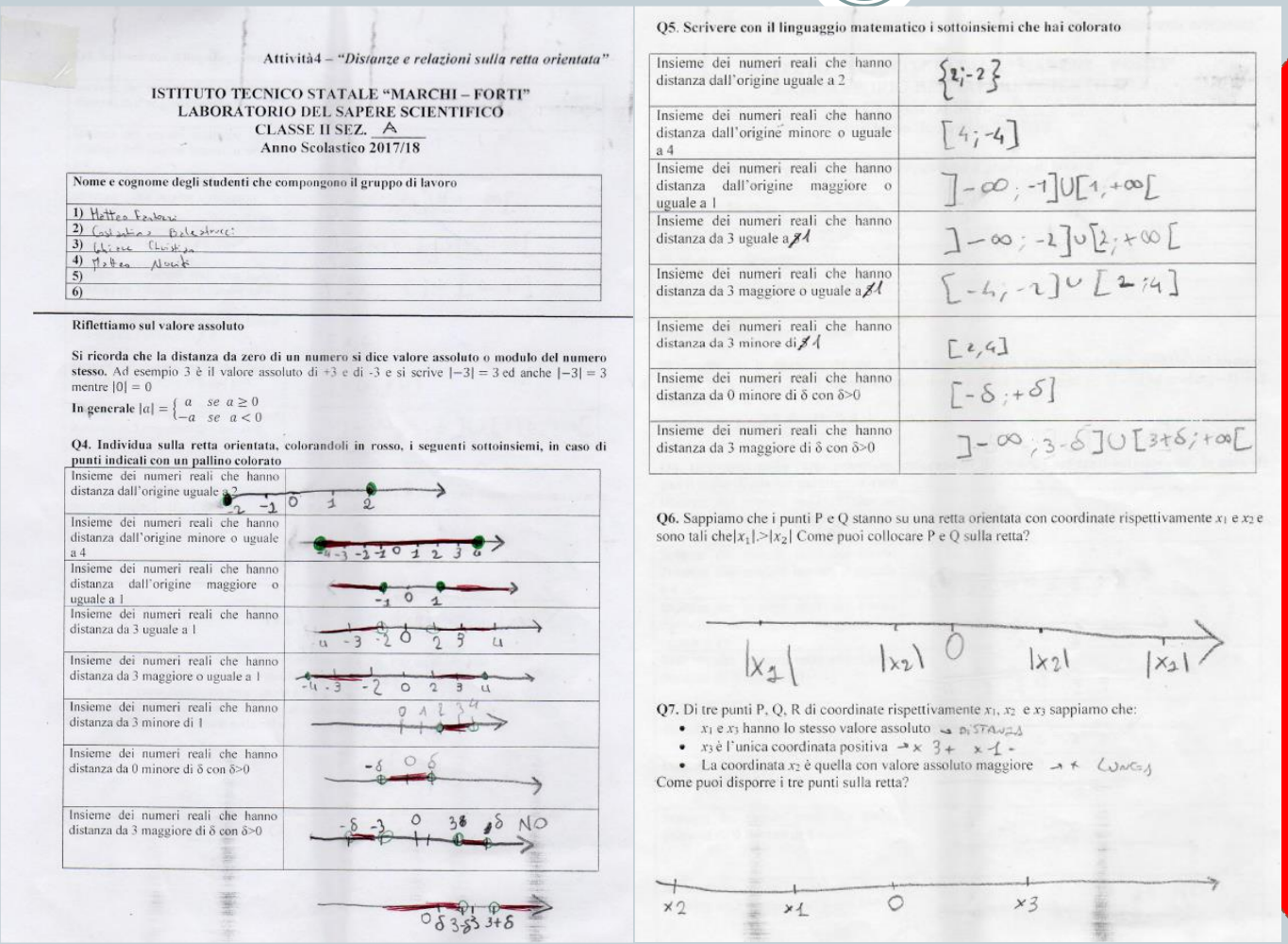
Q7. Di tre punti P, Q, R di coordinate rispettivamente x_1, x_2 e x_3 sappiamo che:

- x_1 e x_3 hanno lo stesso valore assoluto
- x_3 è l'unica coordinata positiva
- La coordinata x_2 è quella con valore assoluto maggiore

Come puoi disporre i tre punti sulla retta?

...gli studenti dimostrano di aver compreso la definizione di distanza rappresentando in modo corretto sulla retta gli insiemi forniti. Scrivono in modo errato gli estremi parametrici delle semirette quando il valore centrale non è zero ma 3.
Non utilizzano il valore assoluto nella descrizione formale.
Negli ultimi due quesiti analizzano più casi, ma non escludono quelli che non rispettano tutte le condizioni fornite.

Distanza e relazioni sulla retta orientata – Attività 3
Il valore assoluto – Analisi delle schede di lavoro



Attività4 – *"Distanze e relazioni sulla retta orientata"*

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. A
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1) Matteo Fontana
2) Costantino Balestracci
3) Gloria Christian
4) Matteo Nocchi
5)
6)

Riflettiamo sul valore assoluto

Si ricorda che la distanza da zero di un numero si dice valore assoluto o modulo del numero stesso. Ad esempio 3 è il valore assoluto di +3 e di -3 e si scrive $|-3| = 3$ ed anche $|-3| = 3$ mentre $|0| = 0$

In generale $|a| = \begin{cases} a & se\ a \geq 0 \\ -a & se\ a < 0 \end{cases}$

Q4. Individua sulla retta orientata, colorandoli in rosso, i seguenti sottoinsiemi, in caso di punti indicati con un pallino colorato

Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine uguale a 2	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine minore o uguale a 4	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine maggiore o uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore o uguale a 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 minore di 1	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 0 minore di δ con δ>0	
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore di δ con δ>0	

Q5. Scrivere con il linguaggio matematico i sottoinsiemi che hai colorato

Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine uguale a 2	$\{2;-2\}$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine minore o uguale a 4	$[4;-4]$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza dall'origine maggiore o uguale a 1	$]-\infty;-1]\cup[1,+\infty[$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 uguale a ~~3~~ 1	$]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore o uguale a ~~3~~ 1	$[-4;-2]\cup[2;4]$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 minore di ~~3~~ 1	$[2,4]$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 0 minore di δ con δ>0	$[-\delta;+\delta]$
Insieme dei numeri reali che hanno distanza da 3 maggiore di δ con δ>0	$]-\infty;3-\delta]\cup[3+\delta;+\infty[$

Q6. Sappiamo che i punti P e Q stanno su una retta orientata con coordinate rispettivamente x_1 e x_2 e sono tali che $|x_1|>|x_2|$ Come puoi collocare P e Q sulla retta?

Q7. Di tre punti P, Q, R di coordinate rispettivamente x_1, x_2 e x_3 sappiamo che:

- x_1 e x_3 hanno lo stesso valore assoluto → DISTANZA
- x_3 è l'unica coordinata positiva → x 3+ x -1 -
- La coordinata x_2 è quella con valore assoluto maggiore → + LUNGO

Come puoi disporre i tre punti sulla retta?

...si rilevano difficoltà nel rappresentare intervalli e semirette quando il punto di riferimento non è l'origine; solo dopo la discussione gli studenti riescono a correggersi. Non utilizzano il valore assoluto nella descrizione formale. Nel rispondere al q.6 , non collocano la coordinata ma il valore assoluto: hanno percepito l'ordinamento ma non distinguono i diversi casi. Questo è confermato dall'esatta collocazione in q.7.

Percorsi e distanza sulle mappe – Attività 4

Obiettivi

L'attività si pone l'obiettivo di far riconoscere e individuare le caratteristiche del piano cartesiano, partendo da una situazione reale con l'utilizzo di mappe delle città di Pescia e di Springfield.

Lavorando sulle mappe e conoscendo la distanza sulla retta come valore assoluto, si conducono gli studenti a formalizzare la distanza tra due punti generici del piano.

In particolare:

- saper individuare località come punti della mappa e determinarne la posizione attraverso una coppia ordinata
- saper individuare i percorsi che collegano due punti sulla mappa e saperne valutare numericamente la lunghezza individuando quello di lunghezza minima
- saper individuare, formalizzare e valutare la distanza in linea d'aria tra due punti sulla mappa
- conoscere e saper giustificare che la distanza in linea d'aria è la lunghezza minima tra due punti
- riconoscere le direzioni sulla mappa ed individuare una località deducendola da direzioni assegnate
- valutare l'area di zone indicate sulla mappa

Il metodo di lavoro

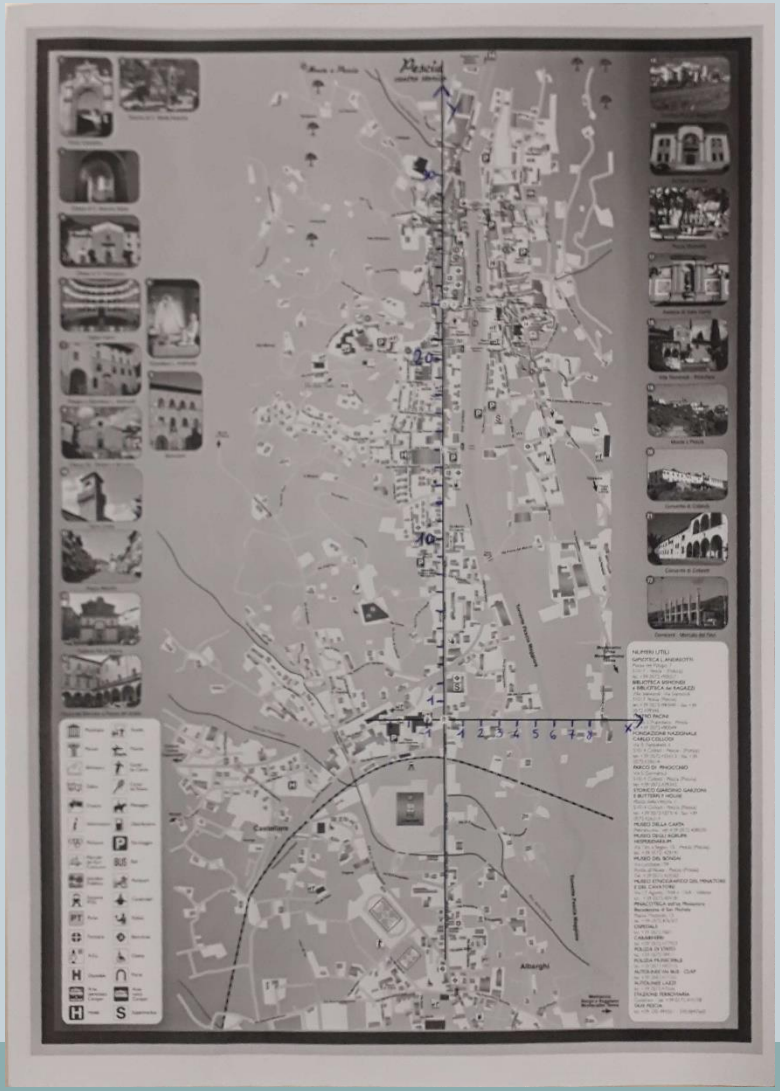
L'attività è divisa in due esercitazioni su due mappe di diverse città. Nella prima viene fornito il percorso su cui lavorare, nella seconda gli studenti sono lasciati liberi di individuare il percorso e valutarne gli aspetti. Un docente svolge la funzione di supervisore e l'altro quella di osservatore registrando le varie domande che sono emerse.

Strumenti

Mappe delle città, schede di lavoro, righello e squadre non graduate, matita, gomma, pennarello, calcolatrice.

Tempi: 4 ore

Percorsi e distanza sulle mappe – Attività 4
La mappa di Pescia



Nella mappa di Pescia sono indicati 3 luoghi principali: la scuola (A), il municipio (E) e il duomo (H).

Il percorso da svolgere si basa su 9 punti contrassegnati dalle lettere che vanno dalla A alla I da unire in sequenza formando segmenti paralleli agli assi o obliqui.

Nella scheda è già inserito un sistema di riferimento cartesiano, l'asse y coincide con la strada principale che è da percorrere, l'unità di misura è pari a mezzo centimetro.

Nella scheda di lavoro è anche indicato un rapporto di scala che permette di calcolare la lunghezza reale del percorso.

Percorsi e distanza sulle mappe – Attività 4
La mappa di Pescia – Scheda di lavoro

Attività4 – *"Percorso a Pescia"*

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"
LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO
CLASSE II SEZ. _____
Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome degli studenti che compongono il gruppo di lavoro
1)
2)
3)
4)
5)
6)

Calcoliamo un percorso attraverso le coordinate
Per un progetto della scuola siete stati scelti per fare delle foto al municipio e al duomo di Pescia.
Nella carta sono stati inseriti i luoghi relativi alla scuola Marchi, al municipio, al duomo e dei punti intermedi che definiscono il tragitto a piedi: Scuola - Municipio - Duomo - Scuola.
Inoltre è stato inserito un riferimento cartesiano che vi permette di identificare ogni luogo con due coordinate. Traccia il tragitto dal punto A al punto I unendo i punti con dei segmenti, successivamente traccia il segmento IC, per collegarci al tragitto iniziale per poi tornare a scuola.

E.1 Identifica ognuno dei luoghi con le opportune coordinate rispetto all'origine del riferimento.

Punto	A	B	C	D	E	F	G	H	I
x									
y									

E.2 Calcola le distanze di ognuna delle tappe del percorso in unità della mappa, come risultante dal calcolo della distanza attraverso le coordinate. Riporta il calcolo svolto. Non potete usare il righello nel misurare i segmenti.

Segmento	AB	BC	CD
Calcolo			
Distanza			

Segmento	DE	EF	FG
Calcolo			
Distanza			

Segmento	GH	HI	IC
Calcolo			
Distanza			

E.3 Poiché la carta non riporta la scala supponi che tra l'unità e la lunghezza reale ci sia un rapporto di 200 metri ogni 3 unità. Quanto è lungo il percorso?

_____
_____
_____

E.4 Se al posto vostro, per fare le foto, venisse usato un drone volante, quale sarebbe il tragitto ideale per fare il percorso Scuola - Municipio - Duomo - Scuola. Quanto è lungo il percorso in unità della mappa? E nella realtà?

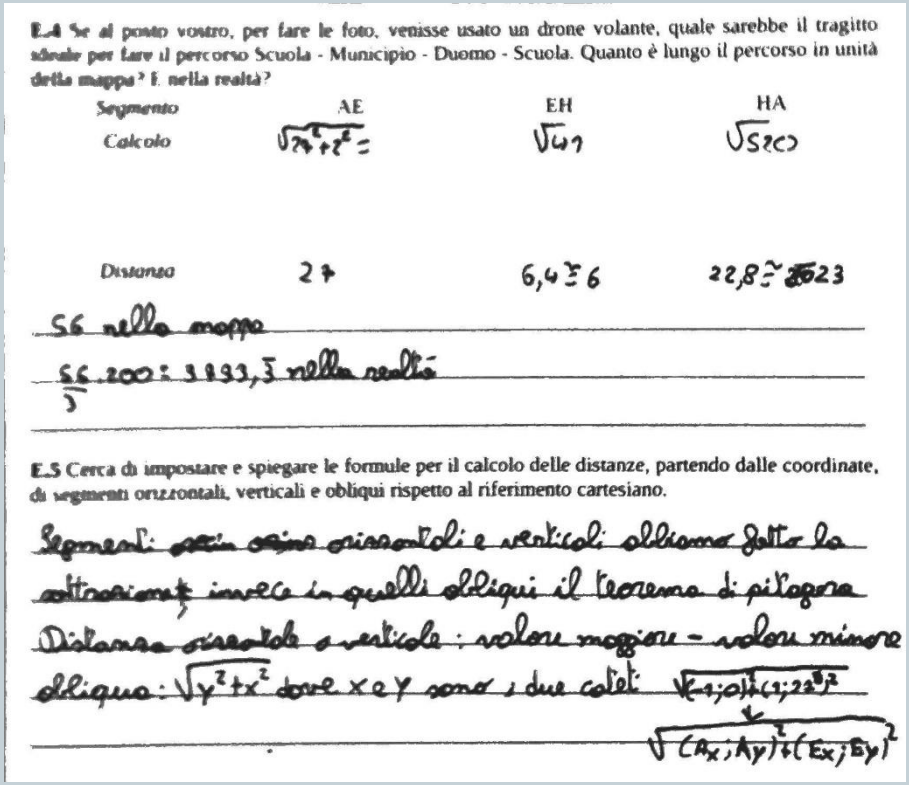
Segmento	AE	EH	HA
Calcolo			
Distanza			

_____
_____
_____

E.5 Cerca di impostare e spiegare le formule per il calcolo delle distanze, partendo dalle coordinate, di segmenti orizzontali, verticali e obliqui rispetto al riferimento cartesiano.

_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Percorsi e distanza sulle mappe – Attività 4
La mappa di Pescia – Analisi scheda di lavoro



E.4 Se al posto vostro, per fare le foto, venisse usato un drone volante, quale sarebbe il tragitto ideale per fare il percorso Scuola - Municipio - Duomo - Scuola. Quanto è lungo il percorso in unità della mappa? E nella realtà?

Segmento	AE	EH	HA
Calcolo	$\sqrt{7^2+2^2}=$	$\sqrt{41}$	$\sqrt{520}$
Distanza	27	6,4 ≅ 6	22,8 ≅ 23

56 nella mappa

$\frac{56}{3} \cdot 200 = 3733,\overline{3}$ nella realtà

E.5 Cerca di impostare e spiegare le formule per il calcolo delle distanze, partendo dalle coordinate, di segmenti orizzontali, verticali e obliqui rispetto al riferimento cartesiano.

Segmenti: ~~[illegible]~~ orizzontali e verticali abbiamo fatto la sottrazione; invece in quelli obliqui il teorema di pitagora

Distanza orizzontale o verticale: valore maggiore − valore minore

obliquo: $\sqrt{y^2+x^2}$ dove x e y sono i due cateti $\sqrt{(-4;0)^2+(1;22^{\circ})^2}$

$\sqrt{(A_x;A_y)^2+(E_x;E_y)^2}$

...gli studenti dimostrano di avere interiorizzato il concetto di distanza riuscendo a calcolarla numericamente, ma hanno difficoltà a formalizzarla attraverso i simboli delle coordinate. Infatti calcolano la distanza partendo dai cateti e non dalle coordinate. Nella formula che propongono non riescono ad esprimere la differenza delle coordinate, nonostante sopra abbiano scritto la distanza orizzontale come differenza tra il valore massimo e minimo.

Percorsi e distanza sulle mappe – Attività 4
La mappa di Pescia – Analisi scheda di lavoro

...in questo caso calcolano la distanza attraverso le coordinate, ma non riescono ad esprimerla con il linguaggio simbolico

Calcoliamo un percorso attraverso le coordinate

Per un progetto della scuola siete stati scelti per fare delle foto al municipio e al duomo di Pescia. Nella carta sono stati inseriti i luoghi relativi alla scuola Marchi, al municipio, al duomo e dei punti intermedi che definiscono il tragitto a piedi: Scuola - Municipio - Duomo - Scuola.
Inoltre è stato inserito un riferimento cartesiano che vi permette di identificare ogni luogo con due coordinate. Traccia il tragitto dal punto A al punto I unendo i punti con dei segmenti, successivamente traccia il segmento IC, per collegarci al tragitto iniziale per poi tornare a scuola.

E.1 Identifica ognuno dei luoghi con le opportune coordinate rispetto all'origine del riferimento.

Punto	A	B	C	D	E	F	G	H	I
x	-1	0	0	0	1	0,5	3	5	6
y	0	0	15	23	26,5	23	23	22	15,5

E.2 Calcola le distanze di ognuna delle tappe del percorso in unità della mappa, come risultante dal calcolo della distanza attraverso le coordinate. Riporta il calcolo svolto. Non potete usare il righello nel misurare i segmenti.

Segmento	AB	BC	CD
Calcolo	AB = 0-(-1)	BC = 0+15	CD = 23-15
Distanza	AB = 1	BC = 15	CD = 8

Segmento	DE	EF	FG
Calcolo	$DE = \sqrt{(26,5-23)^2 + 1^2}$	$EF = \sqrt{(26,5-23)^2 + 0,5^2}$	FG = 3-0,5
Distanza	DE = 3,6	EF = 3,5	FG = 2,5

Segmento	GH	HI	IC
Calcolo	$\sqrt{(5-2)^2+(23-22)^2}$	$\sqrt{(22-15,5)^2+(6-5)^2}$	$\sqrt{(6)^2+(15,5-15)^2}$
Distanza	GH = 2,2	HI = 6,6	IC = 6,02

E.3 La carta non riporta la scala, supponendo che tra la unità e la lunghezza reale ci sia una rapporto di 200 metri ogni 3 unità, quanto è lungo il percorso.

Il percorso è lungo 2240 metri

E.4 Se al posto vostro, per fare le foto, venisse usato un drone volante, quale sarebbe il tragitto ideale per fare il percorso Scuola - Municipio - Duomo - Scuola. Quanto è lungo il percorso in unità della mappa? E nella realtà?

Municipio = E
Duomo = H
Scuola = A

Segmento	AE	EH	HA
Calcolo	$\sqrt{1-(-1)^2+(1)^2}$	$\sqrt{(26,5-23)^2+(5-1)^2}$	$\sqrt{(3-(-1))^2+(5)^2}$
Distanza	AE = 1,7	EH = 6,02	HA = 7,3

1,7 : 3 = x : 200 = x = 200 · 1,7 / 3 = 113,3

6,02 : 3 = x : 200 = x = 200 · 6,02 / 3 = 401,3

7,3 : 3 = x : 200 = x = 200 · 7,3 / 3 = 520

E.5 Cerca di impostare e spiegare le formule per il calcolo delle distanze, partendo dalle coordinate, di segmenti orizzontali, verticali e obliqui rispetto al riferimento cartesiano.

Per risolvere la distanza abbiamo utilizzato il teorema di pitagora sommando i cateti maggiori al quadrato mettendoli sotto radice, e più per trovare le coordinate è stato possibile grazie al piano cartesiano.

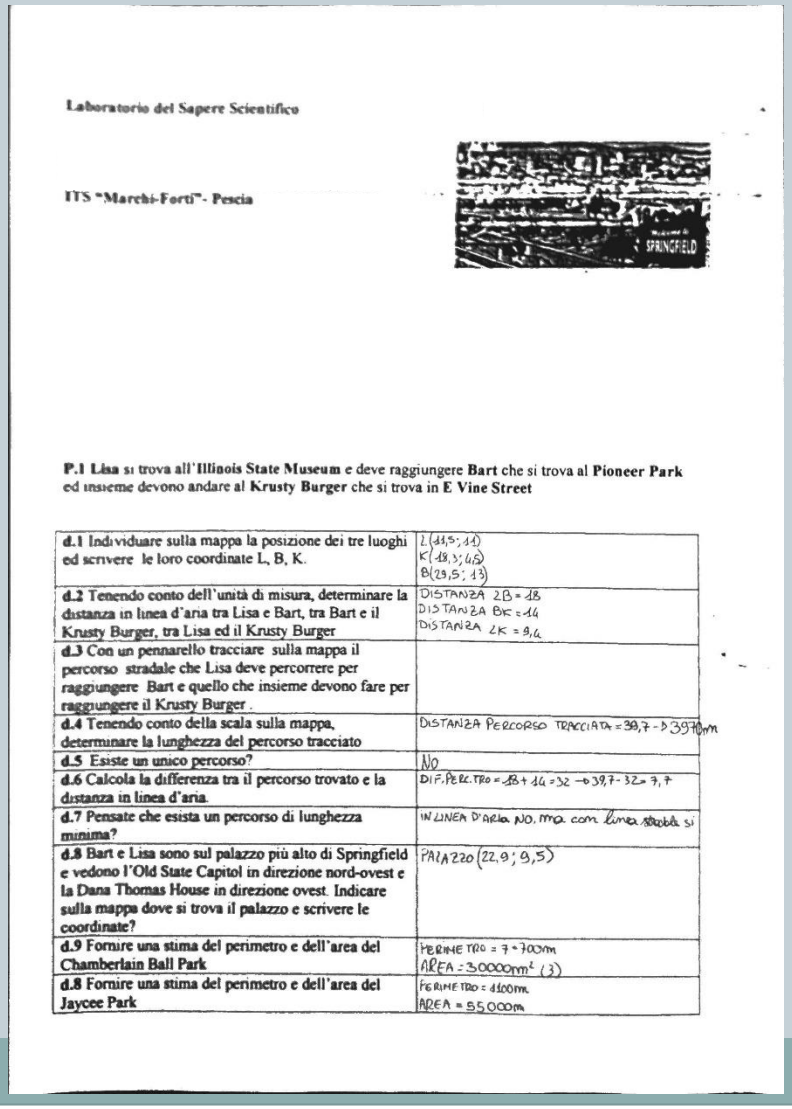
Percorsi e distanza sulle mappe – Attività 4
Welcome to Springfield

Nella mappa di Springfield sono indicati le posizioni di Bart (B), Lisa (L) e del Krusty Burger (K) e si richiede agli studenti di determinare un possibile percorso che porti Lisa da Bart e al Krusty Burger.

Nella mappa sono stati graduati i bordi orizzontale e verticale con la stessa unità di misura (1cm), è stata riportata la scala e la rosa dei venti per le direzioni.

Agli studenti è richiesto di individuare coordinate, valutare la distanza in linea d'aria e confrontarla con i percorsi stradali. Si chiede anche di individuare una posizione fornendo due direzioni e di stimare perimetro e area di due parchi.

Percorsi e distanza sulle mappe – Attività 4
Welcome to Springfield – Analisi delle scheda



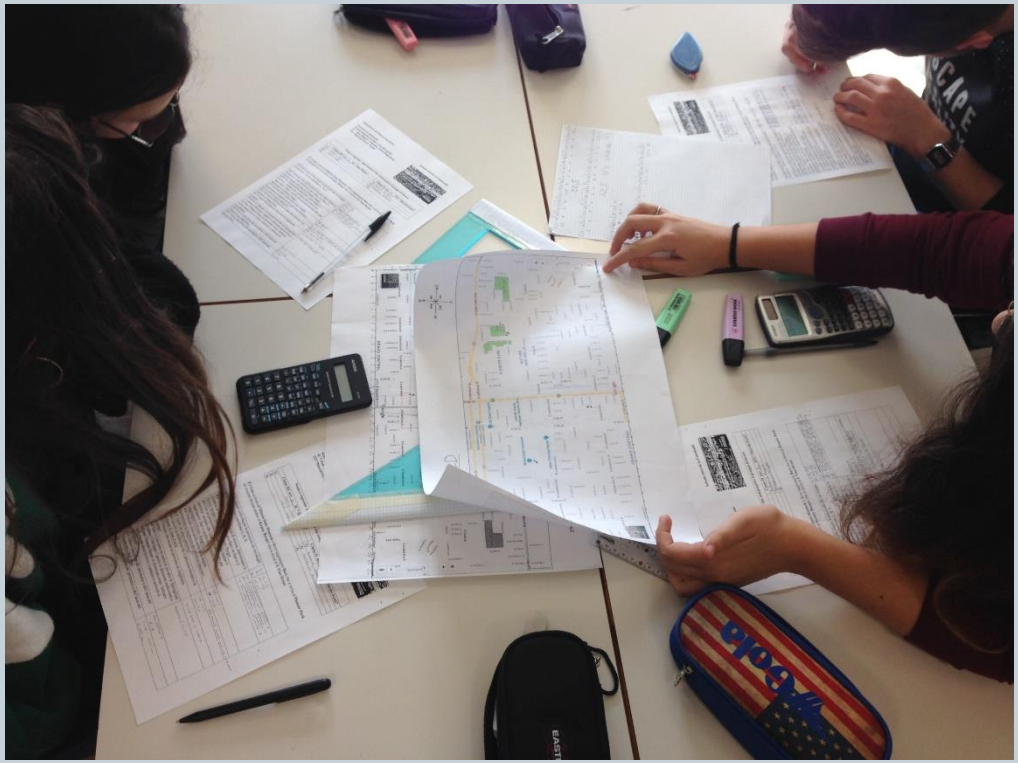
Laboratorio del Sapere Scientifico

ITS "Marchi-Forti"- Pescia

P.1 Lisa si trova all'**Illinois State Museum** e deve raggiungere **Bart** che si trova al **Pioneer Park** ed insieme devono andare al **Krusty Burger** che si trova in **E Vine Street**

d.1 Individuare sulla mappa la posizione dei tre luoghi ed scrivere le loro coordinate L, B, K.	L(11,5; 11) K(18,3; 4,5) B(29,5; 13)
d.2 Tenendo conto dell'unità di misura, determinare la distanza in linea d'aria tra Lisa e Bart, tra Bart e il Krusty Burger, tra Lisa ed il Krusty Burger	DISTANZA LB = 18 DISTANZA BK = 14 DISTANZA LK = 9,4
d.3 Con un pennarello tracciare sulla mappa il percorso stradale che Lisa deve percorrere per raggiungere Bart e quello che insieme devono fare per raggiungere il Krusty Burger .	
d.4 Tenendo conto della scala sulla mappa, determinare la lunghezza del percorso tracciato	DISTANZA PERCORSO TRACCIATA = 39,7 → 3970m
d.5 Esiste un unico percorso?	NO
d.6 Calcola la differenza tra il percorso trovato e la distanza in linea d'aria.	DIF. PERC.TRO = 18 + 14 = 32 → 39,7 - 32 = 7,7
d.7 Pensate che esista un percorso di lunghezza minima?	IN LINEA D'ARIA NO, ma con linea stradale si
d.8 Bart e Lisa sono sul palazzo più alto di Springfield e vedono l'Old State Capitol in direzione nord-ovest e la Dana Thomas House in direzione ovest. Indicare sulla mappa dove si trova il palazzo e scrivere le coordinate?	PALAZZO (22,9; 9,5)
d.9 Fornire una stima del perimetro e dell'area del Chamberlain Ball Park	PERIMETRO = 7 = 700m AREA = 30000m² (3)
d.8 Fornire una stima del perimetro e dell'area del Jaycee Park	PERIMETRO = 1100m AREA = 55000m

...gli studenti approssimano le coordinate a metà dell'unità, affermano che non c'è distanza inferiore rispetto a quella in linea d'aria, mentre intuiscono che ci può essere un percorso minimo per i tragitti stradali



Percorsi e distanza sulle mappe – Attività 4
Welcome to Springfield – Risultati del lavoro di gruppo

- Non avendo la riga graduata emergono dubbi sull'approssimazione delle coordinate non intere, anche se poi la scelta per quasi tutti gli studenti ricade sul valore centrale. Nella discussione si invitano gli studenti a valutare l'errore massimo che si commette.
- Nessun problema nell'individuare il percorso. Il criterio per la scelta del percorso è stato in generale quello di cambiare direzione il minor numero di volte. I gruppi concordano sul fatto che il percorso non sia unico e pensano che quello da loro trovato sia quello di lunghezza minima (proprio per il criterio utilizzato). Si accorgono che così non è confrontando la loro lunghezza con quella degli altri. Nella discussione ogni gruppo propone e descrive il proprio percorso, arrivando a sceglierne uno di lunghezza minima.
- Nel valutare la distanza in linea d'aria alcuni gruppi hanno applicato la formula che già conoscevano utilizzando le coordinate, altri hanno tracciato un triangolo rettangolo avente come ipotenusa il segmento di cui dovevano valutare la misura. Il fatto di dover individuare il triangolo rettangolo sulla mappa anziché sul foglio a quadretti ordinario ha creato alcune incertezze nel procedere richiedendo l'intervento del docente.
- Nel determinare la lunghezza con coordinate non intere alcuni studenti percepiscono di dover approssimare non all'unità ma almeno al decimo, altrimenti in alcuni dei casi avrebbero contraddetto il fatto che l'ipotenusa ha lunghezza maggiore dei cateti.
- I gruppi che hanno affrontato la domanda d8 riescono a trovare correttamente la posizione del palazzo seguendo la direzione della rosa dei venti e tracciando due rette: una parallela all'asse x e l'altra traslando la direzione NO con l'utilizzo delle squadre oppure utilizzando l'angolo di 45° fornito dalla squadra.
- Nel calcolo dell'area dei due parchi alcuni sbagliano la conversione dell'unità di misura, rispondendo 300 m^2 e non 30.000 m^2. Nella discussione si invitano gli studenti a valutare le dimensioni di un campo di 300 m^2 (all'incirca il giardinetto della propria casa).

Distanza e relazioni nel piano cartesiano – Attività 5

Obiettivi

Nelle attività precedenti si sono utilizzate le coordinate per individuare punti e per il calcolo della distanza. Il passo successivo è quello di far riflettere gli studenti sul significato di relazioni di uguaglianza e disuguaglianza tra coordinate e sulla loro interpretazione grafica come insieme di punti, con lo scopo di "*dare un'immagine*" alle scritture algebriche.

Metodologia di lavoro

L'attività è suddivisa in 3 momenti: una discussione propedeutica, un lavoro di gruppo su una scheda e la messa a punto finale di tutti i risultati ottenuti.

Tempi di lavoro: 7 ore

Distanza e relazioni nel piano cartesiano – Attività 5
Discussione propedeutica

La discussione prende spunto dall'attività sulla mappa di Springfield. Si rappresentano graficamente in un piano cartesiano le posizioni di Bart, Lisa e Krusty Burger e le tre rette che passano per i punti.

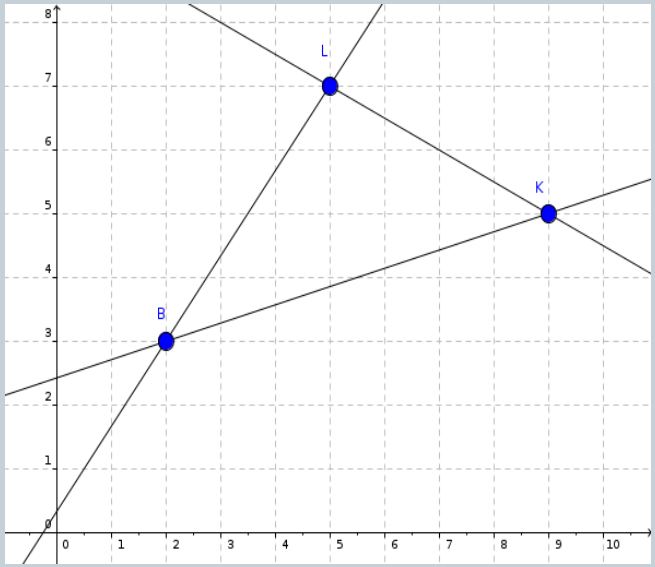
Vengono poste le seguenti domande:

- quali sono gli enti geometrici

che individuate nella figura?

- quali di questi enti sapete descrivere

con il linguaggio matematico?



Non ci limitiamo ai soli enti che già sappiamo descrivere, ma con la discussione guidata arriviamo a definire le relazioni che formalizzano anche i semipiani e il triangolo.

Distanza e relazioni nel piano cartesiano – Attività 5
Discussione propedeutica

(P = prof. – S = studenti)

P: Quali sono gli enti geometrici rappresentati sulla lavagna?

S: *Il sistema di riferimento, i punti, i segmenti, le rette, le semirette, il triangolo (bordo ed interno), gli angoli, le intersezioni con gli assi* (solo con la sollecitazione del docente gli studenti riescono ad individuare i *semipiani*)

P: Quali sono gli enti che riuscite a scrivere con il linguaggio matematico?

S: *Con le coordinate indichiamo i punti, le rette con la forma esplicita* $y = mx + q$ (gli studenti già conoscono l'equazione della retta). *Prof. , i segmenti li abbiamo fatti?*

P: Vediamo di riuscire insieme a descrivere formalmente il segmento *BK*, pensando alle condizioni che soddisfano le coordinate dei suoi punti!

S: $2 \leq x \leq 9$. *E' troppo perché non c'è la y* (con sollecitazione del docente ci si rende conto che la disequazione che in 1D individua un segmento, nel piano individua una striscia perché la variabile *y* è libera di assumere tutti i valori reali)... *E' vero Prof. nel segmento la y varia tra 3 e 5 ed allora consideriamo entrambe le disuguaglianze. Cosi non va bene perché abbiamo due strisce che si intersecano e non otteniamo un segmento ma un rettangolo. Allora utilizziamo il teorema di Pitagora (* viene fatto osservare che con il teorema di Pitagora applicato ai segmenti in orizzontale e in verticale si ottiene la lunghezza del segmento, mentre noi vogliamo descrivere tutti i punti appartenenti al segmento)

....Fabio propone la soluzione "*prendiamo la retta e le disuguaglianze* $2 \leq x \leq 9$ *e* $3 \leq y \leq 5$" (Con l'aiuto del docente si conclude che è sufficiente una sola condizione)

P: E la semiretta?

S: *Facile! Consideriamo la retta ed insieme* $x \geq 2$

P: E il semipiano che sta al di sotto della retta per B e K?

S: *Se la retta è* $y=mx+q$ *ci vincoliamo a star sotto*. (Come?) "*con* $-y=mx+q$" (attenzione con l'uguaglianza sono ancora su una retta!). Fahd "*Bisogna prendere i numeri rispetto a y che sono minori della retta,* $y < mx+q$" (E il semipiano al di sopra della retta?) "$y<mx+q$ *per i punti sotto la retta e* $y>mx+q$ *per i punti sopra la retta*".

Infine per il triangolo Filippo propone "*Prendo le rette dei lati come divisorio e per ogni lato, scelgo i punti con y maggiore del lato o y minore del lato a seconda dei casi*"

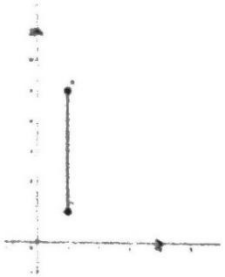
Distanza e relazioni nel piano cartesiano – Attività 5
La scheda di lavoro

Nella scheda si propongono quesiti con difficoltà graduale dove si chiede agli studenti di descrivere attraverso relazioni gli enti geometrici posti nel piano cartesiano oppure rappresentare nel piano cartesiano sottoinsiemi descritti attraverso relazioni di uguaglianza o di disuguaglianza. Lo scopo è quello di consolidare la scrittura formale e farne interiorizzare la sua potenzialità. Gli enti geometrici proposti sono:

- segmenti e semirette
- semipiani
- fascia o striscia di piano
- rettangoli con lati paralleli agli assi
- triangoli rettangoli con cateti paralleli agli assi
- parallelogrammi
- circonferenze

Distanza e relazioni nel piano cartesiano – Attività 5
Scheda di lavoro – Le risposte degli studenti

Q2 Scrivere in linguaggio naturale l'oggetto rappresentato in figura e la relazione matematica che lo individua.

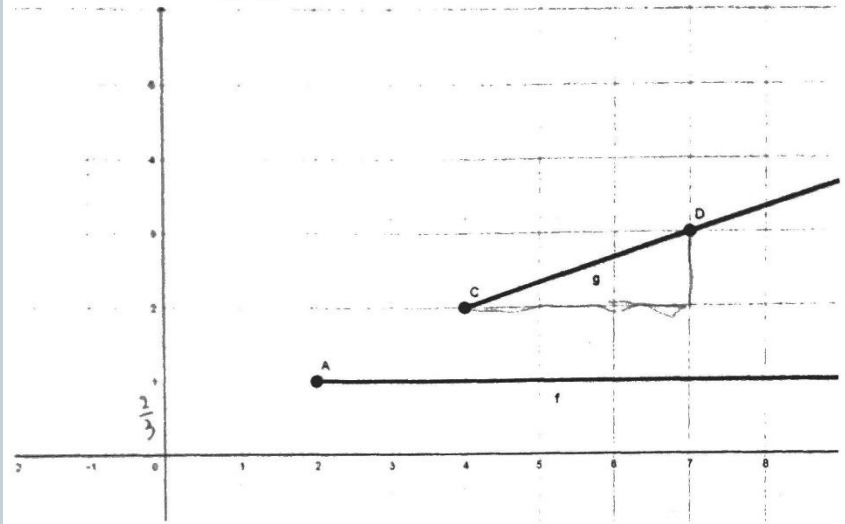


Descrizione: È UN SEGMENTO PARALLELO ALL'ASSE y CHE VA DAL PUNTO A (1;1) AL PUNTO B(1; 5)

Relazione matematica: $(1 \leq y \leq 5) \wedge (x=1)$

...nei due quesiti si nota come il gruppo descrive in modo corretto segmento e semirette, ma difetta nella descrizione con linguaggio naturale.

Q4 Scrivere in linguaggio naturale gli oggetti rappresentati in figura e le relazioni matematiche che li individuano:



Oggetto *f*

Descrizione: È UNA SEMIRETTA CHE HA COME ORIGINE IL PUNTO A

Relazione: $y=1 \wedge x \geq 2$

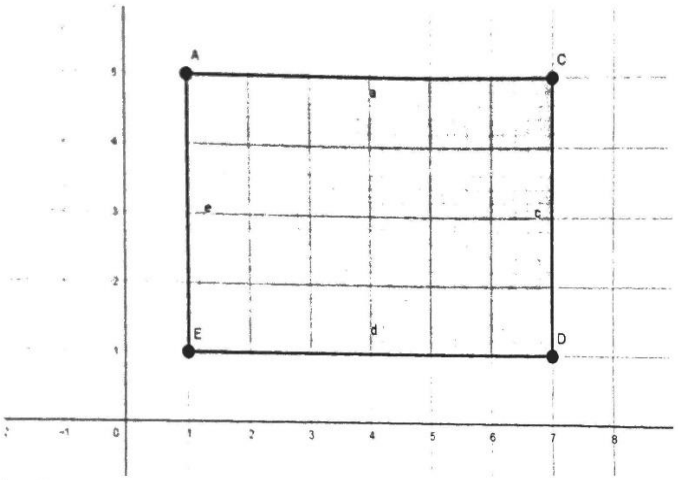
Oggetto *g*

Descrizione: È UNA SEMIRETTA CHE HA COME ORIGINE IL PUNTO C E PASSA PER IL PUNTO D

Relazione: $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3} \wedge x \geq 4$

Distanza e relazioni nel piano cartesiano – Attività 5
Scheda di lavoro – Le risposte degli studenti

Q7 Scrivere in linguaggio naturale l'oggetto rappresentato in figura e la relazione matematica che lo individua:



Descrizione:

Un piano che rappresenta un rettangolo che si trova nel 1 quadrante di grandezza 6x4

Relazione matematica:

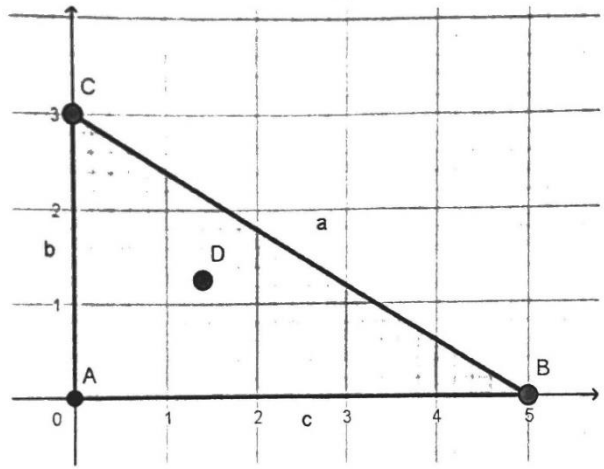
$1 < x < 4$

$1 < y < 5$

Quale relazione esiste tra questo rettangolo e il precedente?

La grandezza è uguale ma a differenza del 1 era sviluppato su tutti e 4 i quadranti questo è solo sul 1 quadrante

Q8 Scrivi la relazione matematica che individua il triangolo rappresentato in figura



Come scriveresti in con il linguaggio matematico i punti del lato AB?

$y = 0 \qquad 0 < x < 5$

Quelli del lato AC?

$0 < y < 3 \qquad x = 0$

Quelli del lato BC?

$y = -\frac{3}{5}x + 3 \qquad 0 < x < 5$

Come scriveresti attraverso una relazione matematica i vertici del triangolo?

$\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{3}{5}x + 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ y = -\frac{3}{5}x + 3 \end{cases}$

Come scriveresti i punti interni al triangolo ABC?

$y < -\frac{3}{5}x + 3$

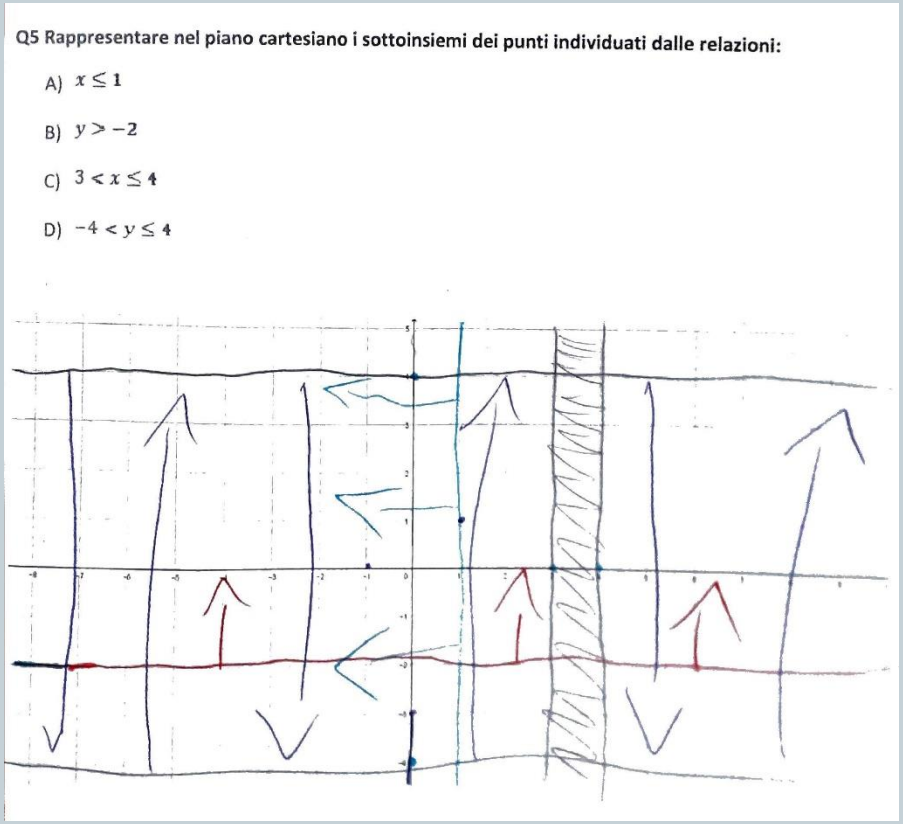
$y > 0$

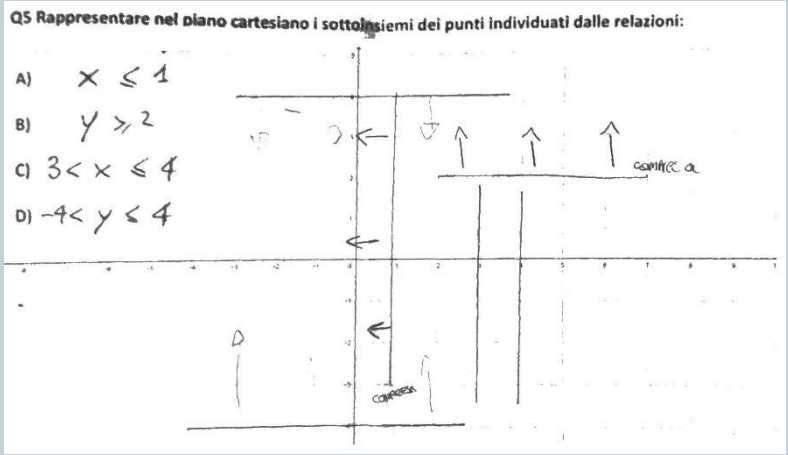
$x > 0$

... il linguaggio usato per la descrizione è improprio ma è corretta la descrizione formale (anche se manca il segno =) . Non riescono a riconoscere la traslazione.

...descrivono in modo corretto i lati (ad eccezione del segno di uguagliainza per gli estremi del segmento) ed i vertici utilizzando il sistema. Nella descrizione della parte interna, individuano le relazioni ma non le inseriscono in un sistema

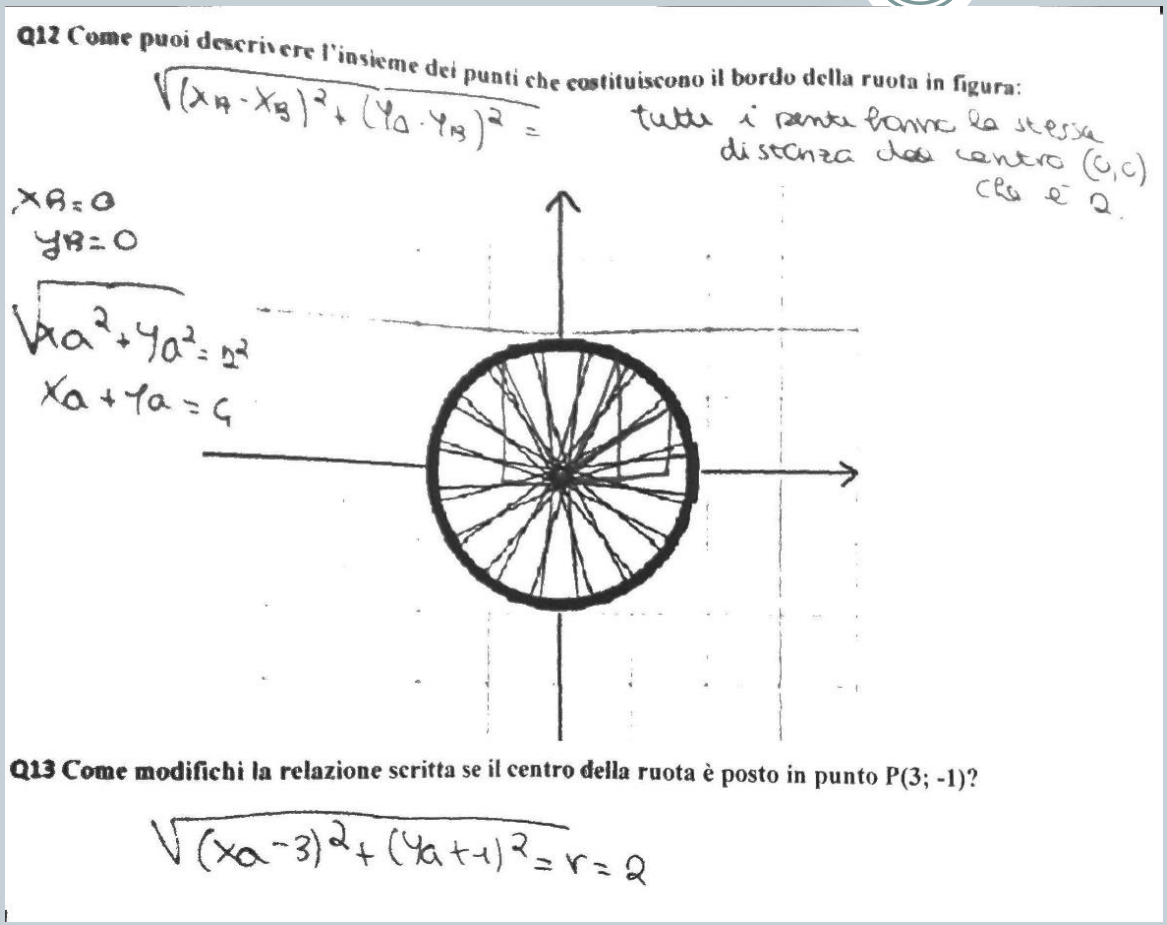
Distanza e relazioni nel piano cartesiano – Attività 5
Scheda di lavoro – Le risposte degli studenti





...nonostante la difficile lettura di quanto riprodotto, si deduce che gli studenti hanno compreso il passaggio dalla scrittura algebrica al modello geometrico

Distanza e relazioni nel piano cartesiano – Attività 5
Scheda di lavoro – Le risposte degli studenti



Q12 Come puoi descrivere l'insieme dei punti che costituiscono il bordo della ruota in figura:

$\sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} =$ tutti i punti hanno la stessa distanza dal centro (0,0) che è 2.

$x_B = 0$
$y_B = 0$

$\sqrt{x_a^2 + y_a^2} = r^2$
$x_a + y_a = 4$

Q13 Come modifichi la relazione scritta se il centro della ruota è posto in punto P(3; -1)?

$\sqrt{(x_a - 3)^2 + (y_a + 1)^2} = r = 2$

...per trovare l'equazione che rappresenta la ruota, gli studenti sono partiti dalla formula della distanza facendo corrispondere ad un punto l'origine. Commettono un errore nella sostituzione tra A e B e, come spesso si rileva tra gli studenti, eliminano in modo errato la radice quadrata. Si orientano meglio nella domanda successiva dove il centro non è l'origine.

Distanza e relazioni nello spazio– Attività 6

Obiettivi

Con l'attività 6 si intende guidare gli studenti a comprendere come il linguaggio matematico delle relazioni permette di descrivere enti geometrici anche nel tridimensionale introducendo semplicemente una nuova coordinata.

Sfruttando l'aula come ambiente tridimensionale, si sperimenta e si riflette sulla scelta dell'origine come punto di osservazione (riferimento) convenzionale e dell'unità di misura sui tre assi ortogonali individuati sulle pareti della stanza.

Prendendo spunto da semplici oggetti situati nell'aula si chiede agli studenti di descriverli algebricamente, rendendoli consapevoli come attraverso il linguaggio matematico si riesca a riprodurre l'architettura dello spazio. Gli studenti giungono in questo modo a manipolare equazioni, disequazioni e sistemi per descrivere piani, semipiani, rette, segmenti e semplici poliedri nello spazio .

È inoltre dedicata una lezione per estendere al tridimensionale la distanza tra due punti.

Metodologia di lavoro

L'attività è suddivisa in 4 fasi: una discussione propedeutica con la preparazione dell'aula, un momento collettivo per la compilazione di una scheda, un'attività sulla distanza, la messa a punto finale di tutti i risultati ottenuti con la preparazione di poster.

Tempi di lavoro: 5 ore

Distanza e relazioni nello spazio– Attività 6
Discussione propedeutica

Il docente pone il portaombrelli in un punto del pavimento dell'aula.

P: Quali strumenti matematici vi occorrono per descrivere formalmente l'oggetto portaombrelli?

S: *Il piano cartesiano.*

S: *No, un sistema di riferimento a tre incognite, per definire le tre dimensioni, anche l'altezza del portaombrelli.*

P: Pensando il portaombrelli come un parallelepipedo, in che modo attribuiamo le coordinate ai vertici?

S: *Ci servono tre assi per identificarlo*

P: Dove li collochiamo? Dopo alcuni tentativi gli studenti collocano l'origine del sistema di riferimento al centro del portaombrelli, probabilmente perché sono abituati a disegno tecnico a rappresentare i componenti meccanici.

P: Se volessimo vedere dove il portaombrelli è collocato rispetto all'aula, dove collochereste gli assi?

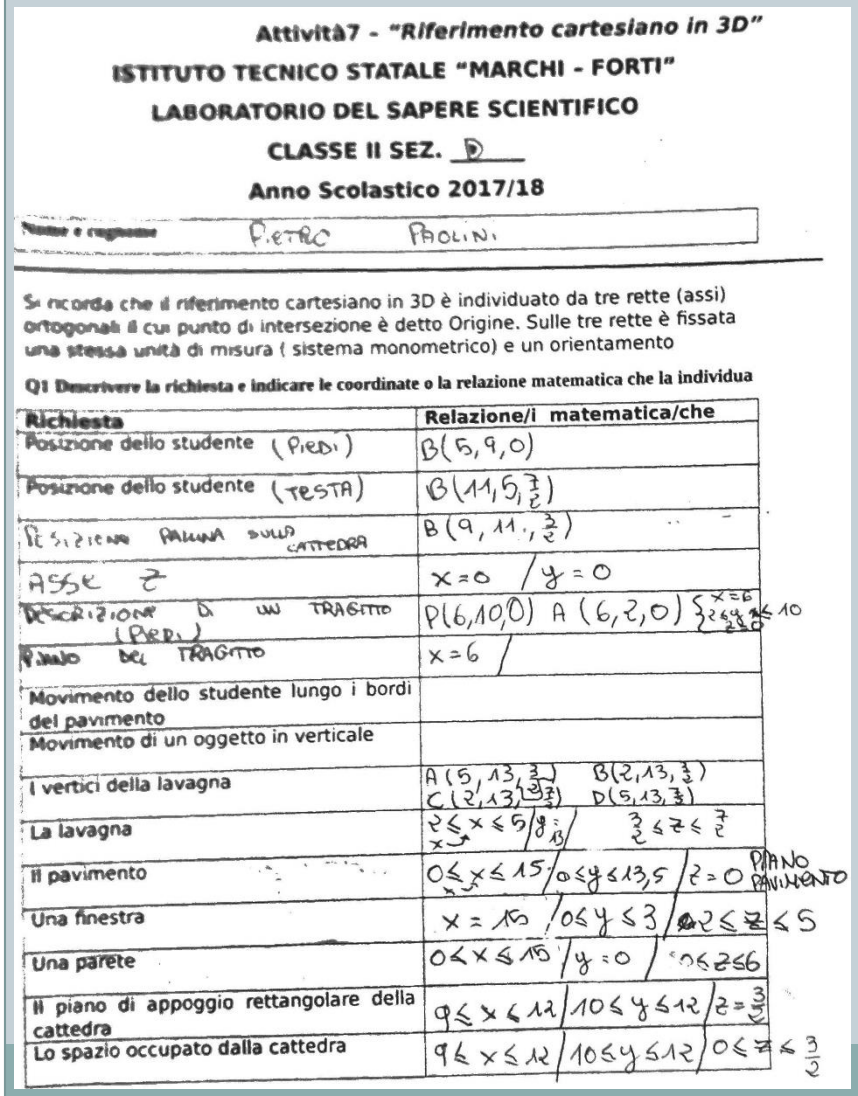
S: *Al centro dell'aula*

P: Tutto sommato può andare anche bene però viene detto loro che ponendo il riferimento cartesiano al centro dell'aula si creano quattro quadranti e gli oggetti possono essere in zone positive e in zone negative. Per comodità potremmo utilizzare per descrivere l'aula di sole coordinate positive?

S: *Inseriamo l'origine in un angolo del pavimento.*

E' automatico indicare come assi i tre spigoli della stanza.

Distanza e relazioni nello spazio– Attività 6
L'aula come sistema di riferimento 3D



Attività7 - "Riferimento cartesiano in 3D"

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI - FORTI"

LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO

CLASSE II SEZ. D

Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome: PIETRO PAOLINI

Si ricorda che il riferimento cartesiano in 3D è individuato da tre rette (assi) ortogonali il cui punto di intersezione è detto Origine. Sulle tre rette è fissata una stessa unità di misura (sistema monometrico) e un orientamento

Q1 Descrivere la richiesta e indicare le coordinate o la relazione matematica che la individua

Richiesta	Relazione/i matematica/che
Posizione dello studente (PIEDI)	B(5,9,0)
Posizione dello studente (TESTA)	B(11,5,$\frac{7}{2}$)
POSIZIONE PALLINA SULLA CATTEDRA	B(9,11,$\frac{3}{2}$)
ASSE Z	x=0 / y=0
DESCRIZIONE DI UN TRAGITTO (PIEDI)	P(6,10,0) A(6,2,0) $\begin{cases} x=6 \\ 2 \leq y \leq 10 \\ z=0 \end{cases}$
PIANO DEL TRAGITTO	x=6 /
Movimento dello studente lungo i bordi del pavimento	
Movimento di un oggetto in verticale	
I vertici della lavagna	A(5,13,$\frac{3}{2}$) B(2,13,$\frac{3}{2}$) C(2,13,$\frac{7}{2}$) D(5,13,$\frac{7}{2}$)
La lavagna	$2 \leq x \leq 5$ / $y=13$ / $\frac{3}{2} \leq z \leq \frac{7}{2}$
Il pavimento	$0 \leq x \leq 15$ / $0 \leq y \leq 13,5$ / $z=0$ PIANO PAVIMENTO
Una finestra	$x=15$ / $0 \leq y \leq 3$ / $2 \leq z \leq 5$
Una parete	$0 \leq x \leq 15$ / $y=0$ / $0 \leq z \leq 6$
Il piano di appoggio rettangolare della cattedra	$9 \leq x \leq 12$ / $10 \leq y \leq 12$ / $z=\frac{3}{2}$
Lo spazio occupato dalla cattedra	$9 \leq x \leq 12$ / $10 \leq y \leq 12$ / $0 \leq z \leq \frac{3}{2}$

All'interno dell'aula è stato costruito un riferimento cartesiano avente come origine un angolo del pavimento. Con del nastro adesivo si sono rappresentati gli assi e abbiamo fissato come unità di misura 50 cm.

E' stato quindi chiesto agli studenti di scrivere attraverso le coordinate e le relazioni algebriche la posizione degli studenti, il percorso compiuto da uno studente sul pavimento ed alcuni oggetti che si trovavano nell'aula.

Si scopre che per descrivere gli assi cartesiani non basta più un'equazione, ma due e che un'equazione descrive un piano e non una retta.In generale una stessa relazione algebrica descrive enti diversi a seconda della dimensione di riferimento.

Gli studenti hanno compreso come attraverso il linguaggio matematico è possibile descrivere l'architettura dell'aula e non soltanto di essa.

Distanza e relazioni nello spazio – Attività 6
"Costruzione" della formula della distanza in 3D

Problema stimolo

"Un architetto ha bisogno di conoscere la distanza tra due punti luce di una stanza che non ha misurato, ma ha a disposizione nel progetto tridimensionale le coordinate dei due punti luce. Si può trovare un modo per calcolare la lunghezza evitando di tornare in loco a misurare?"

Gli studenti sono presto consapevoli di dover trovare un metodo per giungere a scrivere la formula della distanza tra due punti posti nello spazio così come è stato fatto nel piano.

Su suggerimento del docente si parte dal caso più semplice in cui un punto si trova lungo lo spigolo della parete che funge da asse z e l'altro è sul pavimento.

Si tende una corda tra i due punti. Quale strategia adottiamo per ricavare la formula?

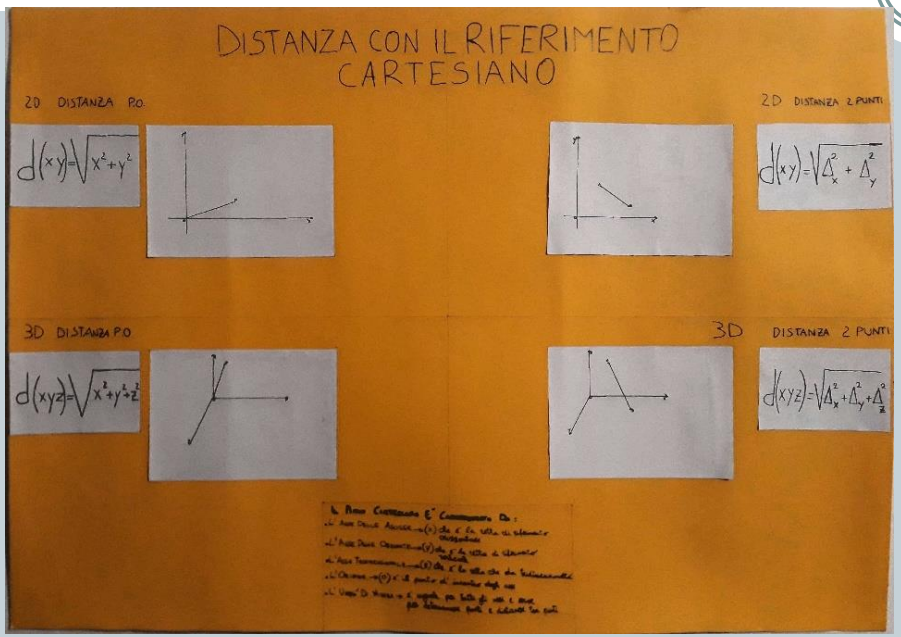
Alessandro propone "facciamo conto che in terra ci sia un triangolo rettangolo e trovo l'ipotenusa con il teorema di Pitagora, quindi riuso il teorema di Pitagora con la diagonale appena trovata e la lunghezza verticale» Si procede secondo il suggerimento fornito, gli studenti individuano e costruiscono con il nastro adesivo il cateto mancante del triangolo rettangolo posto in 3D avente come ipotenusa la corda. Si tratta allora di applicare per due volte il teorema di Pitagora: dapprima per calcolare la lunghezza del nastro adesivo, poi per la lunghezza della corda.

Sempre utilizzando nastro adesivo e corda, si calcola la distanza tra due punti di cui uno sul pavimento e l'altro sulla parete ed infine tra due punti generici all'interno dell'aula.

Ed ora è arrivato il momento di generalizzare. Si ripete il procedimento sostituendo le coordinate numeriche con coordinate generiche e si formalizza

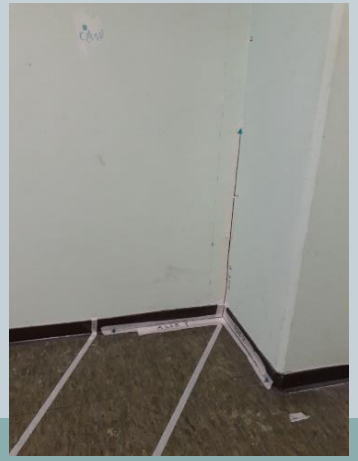
$$d(A,B)=\sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$$

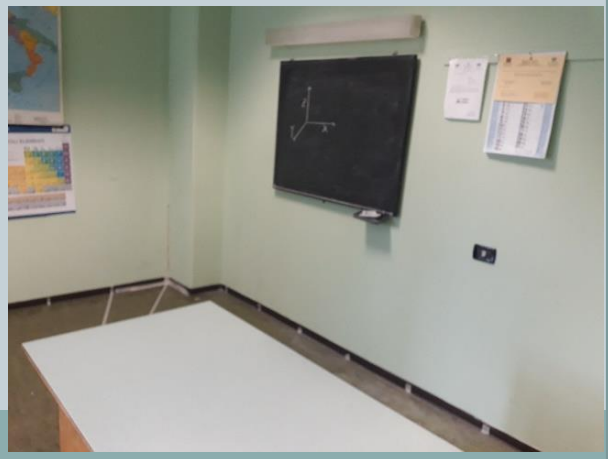
Distanza e relazioni nello spazio – Attività 6
I poster prodotti dagli studenti



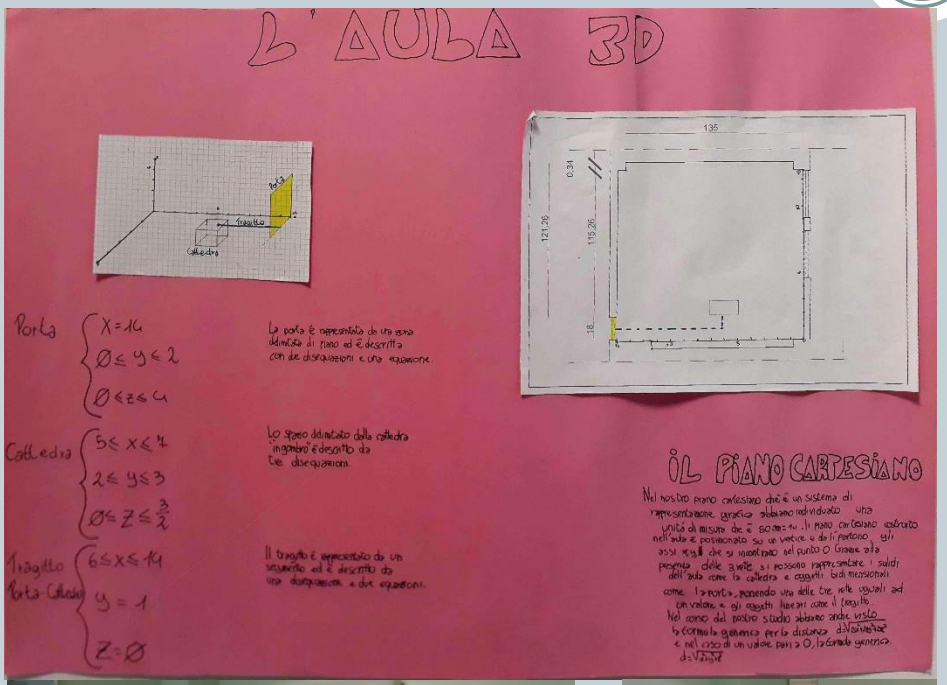
Nella classe non sono presenti angoli liberi quindi si è posta l'origine in un angolo della colonna portante. Si può notare che la lavagna ha una coordinata negativa perché sta su di una rientranza.

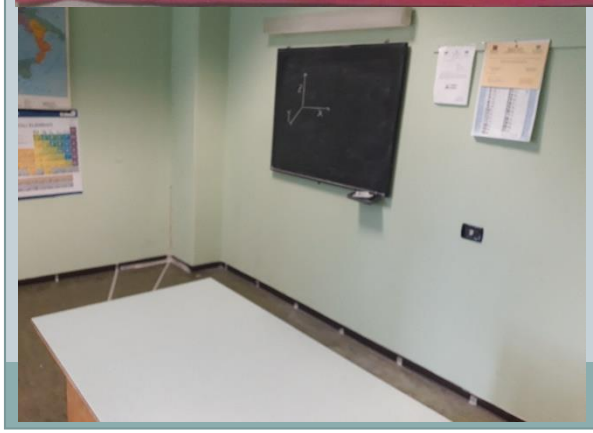
Gli studenti misurano le distanze tra i punti A (sull'asse z), B (sul pavimento), C (sulla parete), a terra con del nastro sono messi in chiaro i cateti di base dei triangoli rettangoli ai quali è stata applicata la formula della distanza.





Distanza e relazioni nello spazio – Attività 6
I poster prodotti dagli studenti



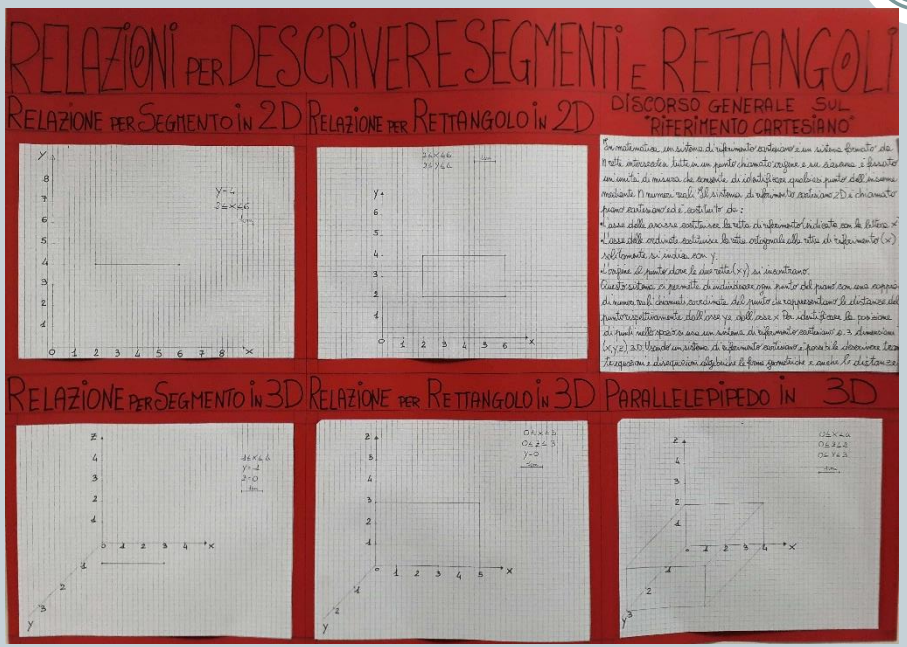


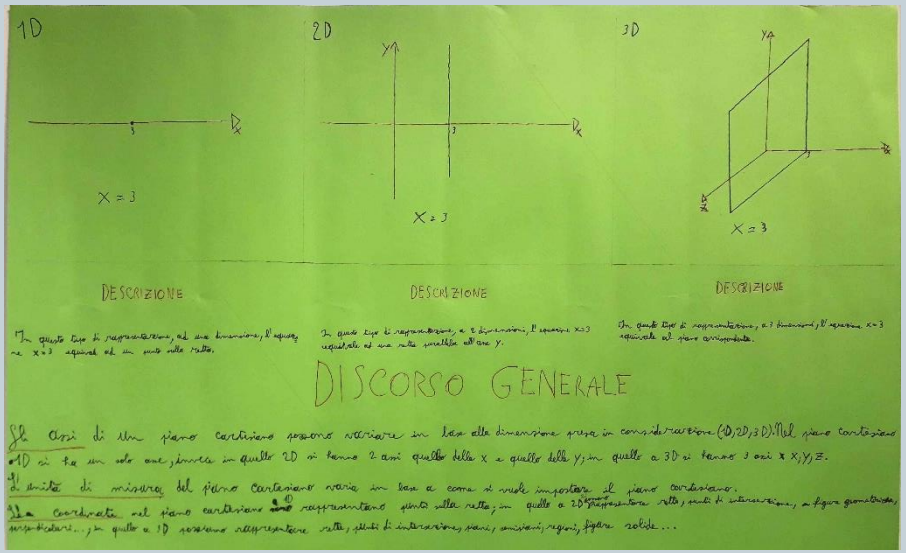
Nel poster sono rappresentati il riferimento cartesiano con tre enti geometrici e la mappa dell'aula prodotta durante il laboratorio di disegno.

Gli enti da descrivere sono:

- ✓ la superficie occupata dalla porta (regione di piano)
- ✓ lo spazio di ingombro della cattedra (parallelepipedo)
- ✓ il tragitto porta cattedra (segmento)

Distanza e relazioni nello spazio – Attività 6
I poster prodotti dagli studenti





Nel primo poster gli studenti hanno messo in evidenza come cambia l'equazione di segmenti e rettangoli nel passaggio da 2D a 3D.

Nel secondo è stato analizzato come l'equazione x = 3 rappresenti oggetti diversi, in 1D , 2D e 3D

Verifiche degli apprendimenti

Sono state effettuate due verifiche individuali: una relazione alla fine dell'attività 4 ed una verifica scritta alla fine del percorso.

La relazione valuta la comprensione dei concetti fondamentali del riferimento cartesiano, mentre la verifica scritta gli aspetti di calcolo e le relazioni tra variabili.

Gli obiettivi delle verifiche sono:

- aver compreso le caratteristiche del sistema di riferimento
- aver compreso le differenze tra unità di misura di uno stesso fenomeno
- aver compreso il concetto di distanza in 1D, 2D e 3D, formalismo ed interpretazione grafica
- aver compreso come rappresentare relazioni in 1D, 2D e 3D

Verifiche degli apprendimenti
Verifiche individuali somministrate

"Percorsi e distanza sulle mappe" - **Attività 4**

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI – FORTI"

LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO

CLASSE II SEZ. _____

Anno Scolastico 2017/18

COGNOME.....

NOME.....

1. Descrivi il gioco "Riproduciamo le figure", quindi poni l'attenzione su cosa accade ad una rappresentazione, se varia la lunghezza unitaria nel grafico. Riferendoti a quanto appreso nel lavoro di gruppo, quali sono le differenze tra le unità di misura convenzionali ed in particolare quali sono le differenze tra *Kelvin* e *Celsius*?

2. Considerando la retta orientata, cosa rappresenta e cosa si intende con la scrittura $|x+3|<5$?

3. Descrivi l'attività "Welcome to Springfield" ed indica il procedimento e la formula per trovare la distanza tra due punti del piano.

4. Descrivi le caratteristiche principali del piano cartesiano e le sue possibili applicazioni.

"Verifica riferimento cartesiano"

ISTITUTO TECNICO STATALE "MARCHI - FORTI"

LABORATORIO DEL SAPERE SCIENTIFICO

CLASSE II SEZ. _____

Anno Scolastico 2017/18

Nome e cognome	**– data**

1. Rappresenta nel piano cartesiano la relazione $\begin{cases} x+2>0 \\ 2y-4<0 \\ y\leq 2-x \end{cases}$

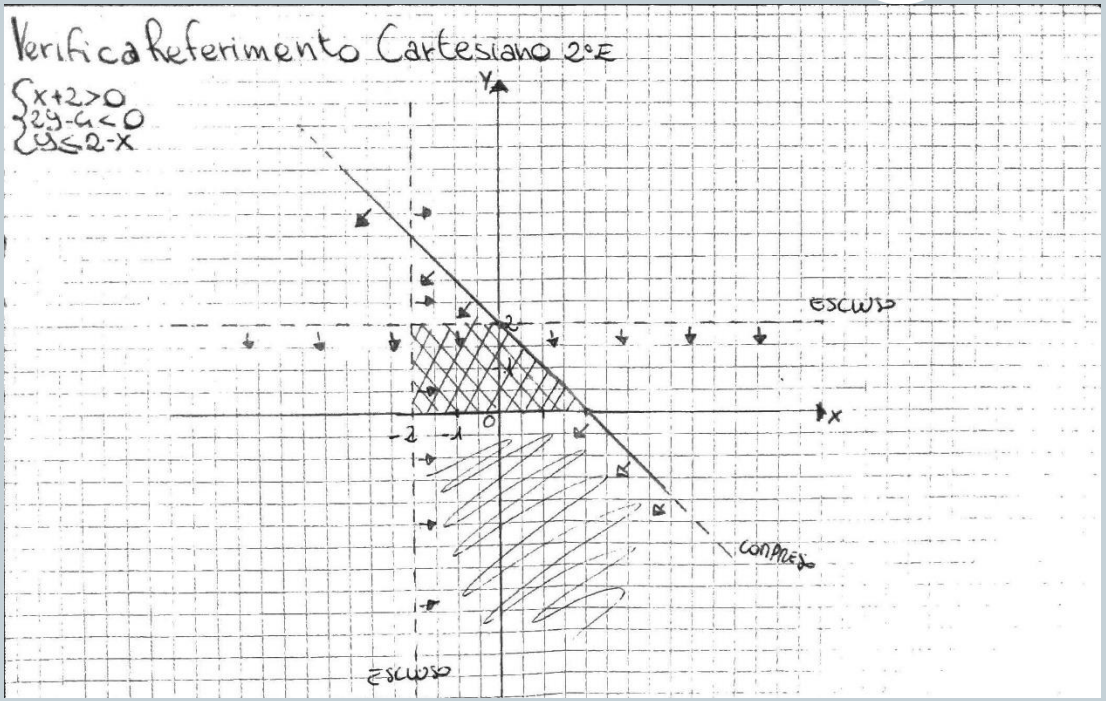
2. Descrivi nel riferimento cartesiano costruito in aula lo spazio di ingombro del tuo banco

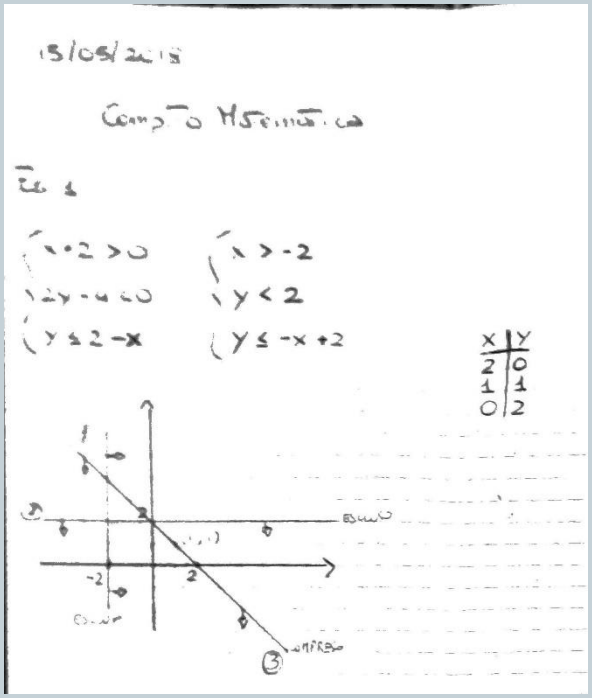
3. Cosa si intende con le relazioni x=5, y=6 e {x=5 AND y=6} nel riferimento cartesiano 3D ?

4. Scrivi la relazione che individua la porta d'ingresso

5. Calcola la distanza tra A(1; 4; 8) e B(6; 5; 2)

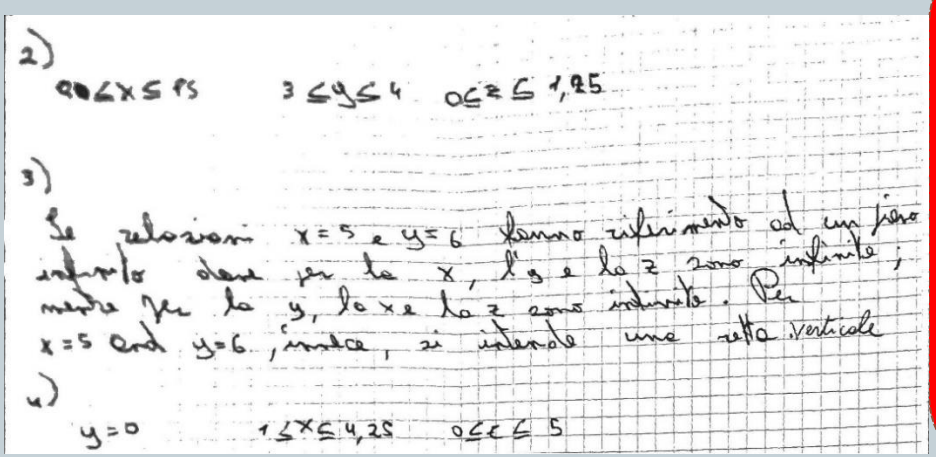
Verifiche degli apprendimenti
Le risposte degli studenti alla verifica scritta





... gli studenti non pongono molta attenzione ai vincoli di uguaglianza per gli estremi della regione. Nel primo esempio è presente un errore in quanto la regione è limitata, mentre nel secondo caso, nonostante siano indicati i semipiani, non è stata evidenziata la regione soluzione.

Verifiche degli apprendimenti
Le risposte degli studenti alla verifica scritta

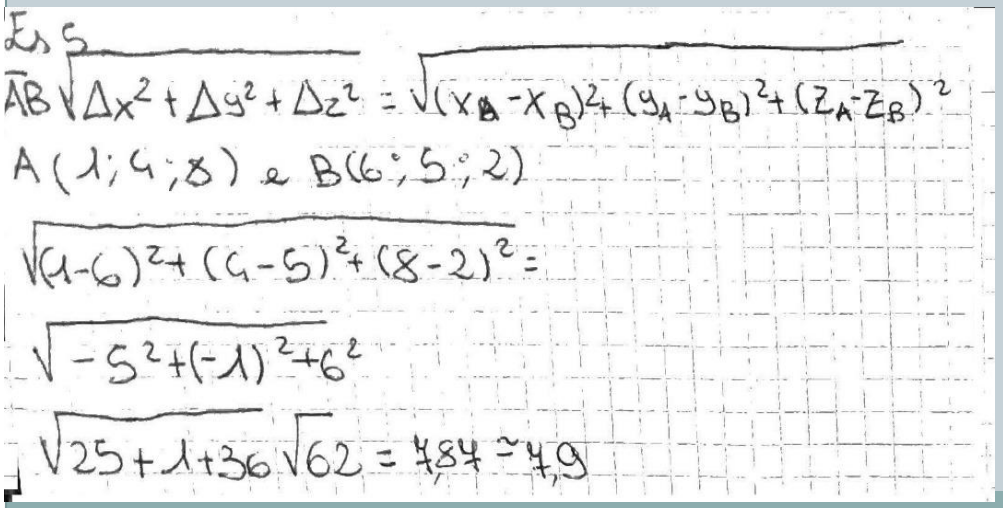

2)
$0 \le x \le 15$ $3 \le y \le 4$ $0 \le z \le 1,25$

3)
Le relazioni $x=5$ e $y=6$ fanno riferimento ad un piano infinito dove per la x, l'y e la z sono infinite; mentre per la y, la x e la z sono indefinite. Per $x=5$ and $y=6$, invece, si intende una retta verticale

4)
$y=0$ $1 \le x \le 4,25$ $0 \le z \le 5$

...gli studenti scrivono correttamente le disequazioni richieste dalla scheda (la differenza nel valore degli estremi è dovuta alla posizione del sistema di riferimento in aule diverse). Riconoscono correttamente le equazioni dei piani paralleli a piani coordinati.

Per il calcolo della distanza tra due punti in 3D alcuni utilizzano la formula, altri seguono il procedimento di costruzione adottato in classe.


Es 5

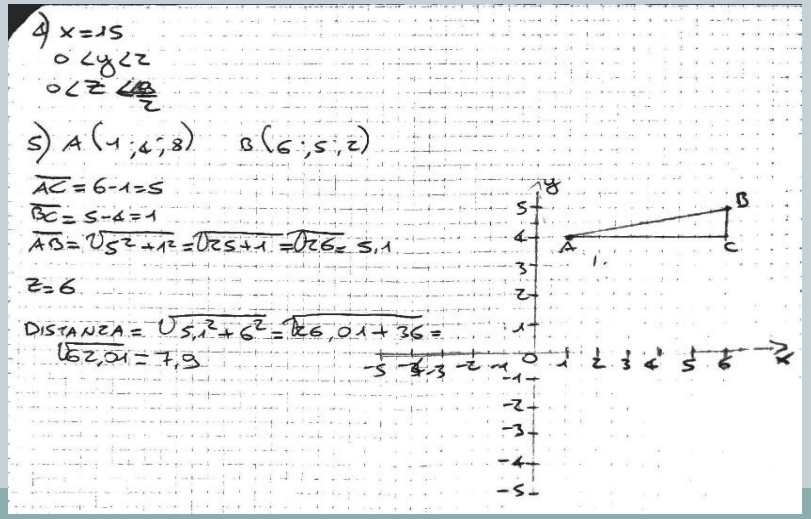
$\overline{AB}\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2}=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2+(z_A-z_B)^2}$

$A(1;4;8)$ e $B(6;5;2)$

$\sqrt{(1-6)^2+(4-5)^2+(8-2)^2}=$

$\sqrt{-5^2+(-1)^2+6^2}$

$\sqrt{25+1+36}\sqrt{62}=7,87\simeq 7,9$


4) $x=15$
$0<y<2$
$0<z<2$

5) $A(1;4;8)$ $B(6;5;2)$

$\overline{AC}=6-1=5$
$\overline{BC}=5-4=1$
$\overline{AB}=\sqrt{5^2+1^2}=\sqrt{25+1}=\sqrt{26}=5,1$
$z=6$
DISTANZA $=\sqrt{5,1^2+6^2}=\sqrt{26,01+36}=$
$\sqrt{62,01}=7,9$

Relazione: risultati ottenuti classi 2A,2D,2E

Quesito 1	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Unità di misura	27,5%	32,5%	17,5%	17,5%	5%

Quesito 2	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Distanza sulla retta	2,5%	30%	12,5%	50%	5%

Quesito 3	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Distanza sul piano	15%	50%	27,5%	7,5%	0%

Quesito 4	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Piano cartesiano	20%	20%	37,5%	10%	12,5%

Verifica scritta: risultati ottenuti classi 2A,2D,2E

Quesito 1	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Relazione nel piano (regione di piano)	11,1%	47,2%	19,4%	16,7%	5,6%

Quesito 2	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Relazione nello spazio (parallelepipedo)	63,9%	13,9%	0%	19,4	2,8%

Quesito 3	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Relazione nello spazio (piano, retta)	16,7%	2,8%	11,1%	61,1%	8,3%

Quesito 4	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Relazione nello spazio (regione di piano)	75%	8,3%	2,8%	11,1%	2,8%

Quesito 5	Buono	Discreto	Sufficiente	Errato	Mancante
Distanza nello spazio	86,1%	2,8%	0%	5,6%	5,6%

Analisi dei risultati ottenuti e criticità emerse

Dall'analisi dei risultati della verifica intermedia emerge che gli studenti hanno compreso i concetti fondamentali di distanza e relazione in 1D e 2D, anche se nella descrizione hanno difficoltà nell'esprimersi con un linguaggio appropriato e lineare.
Circa la metà degli studenti non ha riconosciuto che la disuguaglianza in valore assoluto ha come rappresentazione grafica un segmento.
Tale difficoltà è probabilmente riconducibile al fatto che è mancato un momento di recupero più approfondito successivo all'attività 3, recupero di cui necessitavano gli studenti con minor capacità logica.

Nel tridimensionale, argomento generalmente non affrontato nel biennio, gli studenti si orientano oltre le aspettative. Trovano difficoltà soltanto nell'individuare l'intersezione di due piani, mentre rappresentano in modo corretto gli oggetti dell'aula. Questo dimostra che l'attività svolta in classe, dove gli studenti stessi hanno "costruito" il sistema di riferimento e sono stati immersi in una situazione reale da formalizzare, ha avuto efficacia nell'interiorizzazione dei contenuti.

Valutazione dell’efficacia del percorso didattico

In merito al metodo di lavoro del gruppo LSS

- La presenza all'interno dell'Istituto del gruppo LSS ha facilitato l'inserimento dei nuovi docenti che da subito sono stati coinvolti nella progettazione e nella sperimentazione in classe.
- Le riunioni periodiche del gruppo per la scelta della tematica da affrontare e delle strategie didattiche da adottare, insieme alla progettazione del percorso, hanno permesso una riflessione comune sull'azione didattica e sulle criticità in modo da apportare azioni migliorative.
- La disponibilità dei docenti per la codocenza durante la sperimentazione è stato un punto di forza dell'attività laboratoriale perché ha permesso un'osservazione più attenta del lavoro degli studenti e dell'efficacia del percorso.
- Si è rilevata una certa difficoltà nel coinvolgere tutte le classi nel caso in cui il docente non fosse completamente motivato.
- E’ mancato il coinvolgimento di altre discipline: l'interdisciplinarietà di un percorso senza dubbio permette agli studenti e ai docenti di affrontare una stessa tematica da più punti di vista e migliora la flessibilità di pensiero.
- Alcune problematiche sono emerse nel conciliare il percorso laboratoriale con la programmazione ordinaria.

Valutazione dell'efficacia del percorso didattico

In merito all'azione didattica

- Il percorso laboratoriale è stato accolto con curiosità ed interesse da quasi tutte le classi in cui è stato proposto, nonostante che la tematica scelta (il piano cartesiano) non fosse un argomento nuovo. Gli studenti hanno partecipato attivamente nel gioco, nella fase di discussione e nel lavoro di gruppo, permettendo ai docenti di rilevare competenze che generalmente non emergono nella lezione frontale.
- La didattica laboratoriale ha migliorato il grado di collaborazione tra gli studenti e con i docenti. La discussione libera e la sperimentazione in gruppo hanno incoraggiato anche gli studenti più introversi a mettersi in gioco aumentando la consapevolezza dei propri punti di forza.
- Lavorare insieme sulle criticità ha permesso agli studenti di riflettere senza timore di giudizio sulle proprie difficoltà e ai docenti di migliorare la percezione dei fattori che inducono all'errore.
- Difficoltà nel trasmettere agli studenti che l'attività laboratoriale LSS è parte integrante della didattica quotidiana.