

Dare significato al Fare Matematica

I triangoli

Classi prime istituto tecnico

Realizzato dalle professoresse G. Farella e A. Giordano

21 maggio 2018

I Triangoli

Il percorso, avviato in classi prime di un istituto tecnico, si propone di studiare il triangolo partendo dalle condizioni per le quali si può costruire, analizzando varie situazioni, classificandolo, per giungere all'individuazione dei criteri di congruenza.

L'approccio seguito è di tipo laboratoriale, l'alunno viene sollecitato a sperimentare e a "scoprire" caratteristiche e proprietà del triangolo, utilizzando anche il software Geogebra.

Obiettivi

- ❑ Individuare le condizioni che permettono di costruire un triangolo
- ❑ Individuare caratteristiche e proprietà del triangolo
- ❑ Classificare il triangolo in base ai lati e agli angoli
- ❑ Individuare i punti notevoli del triangolo
- ❑ Individuare i criteri di congruenza dei triangoli

Commento dei risultati ottenuti

Scheda 1 - Geometria

Campione: 42 studenti classe prima

Domanda 1: Comunque si prendano tre punti si riesce sempre ad ottenere un triangolo?

Risposte:

Solo se i tre punti non sono allineati: 26

Si: 4

No: 7

Non sempre si forma il triangolo: i punti non devono appartenere allo stesso piano (segmento): 5

Domanda 2: Assegnate alcune terne di numeri che rappresentano la lunghezza di segmenti si riesce sempre a costruire un triangolo?

Risposte:

Dipende dalle misure: 4

Fanno riferimento esplicito alla disuguaglianza triangolare: 5

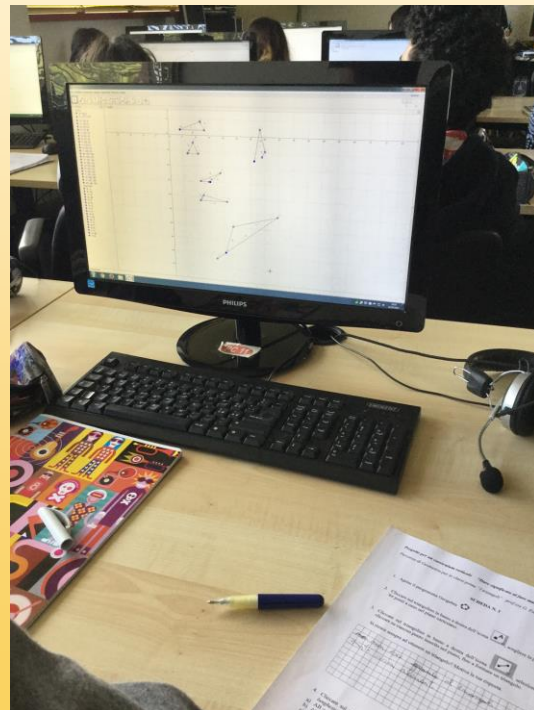
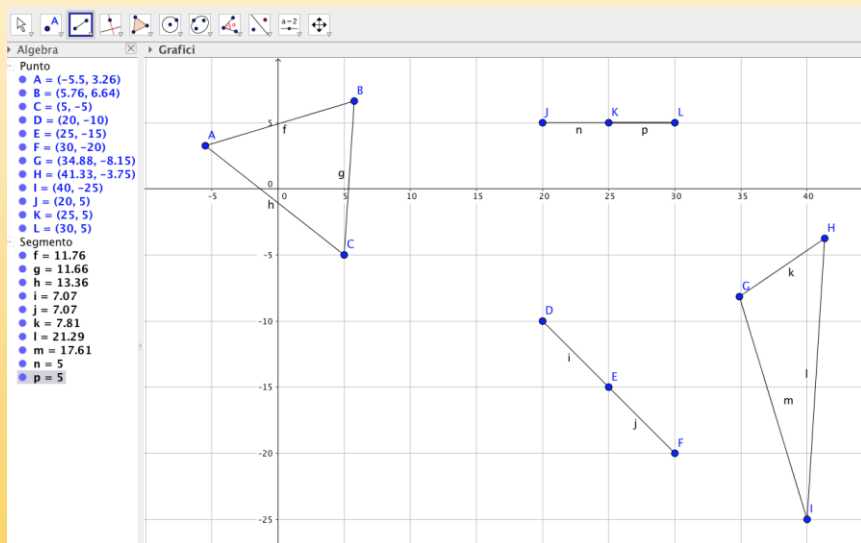
Non si può costruire perché alcune misure risultano troppo sproporzionate e vanno rispettate delle proprietà: 2

Alcuni segmenti hanno lunghezza inferiore (maggiore) rispetto agli altri e non si può costruire 24

Le misure (i punti) non coincidono: 3

No, perché la somma dei cateti deve essere maggiore o uguale: 4

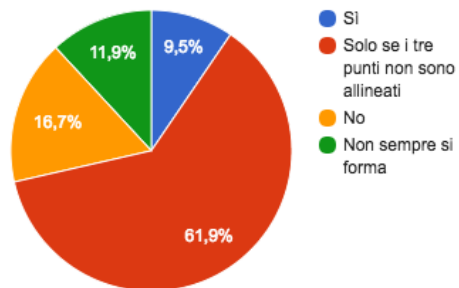
Foto



Grafici scheda 1

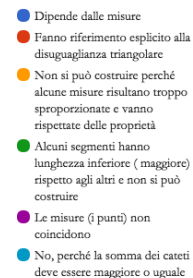
Domanda 1

Domanda 1



Domanda 2

Domanda 2



Domanda 1: Dopo aver disegnato un triangolo qualsiasi cosa succede se spostato un suo vertice?

Risposte:

La figura si deforma: 3

Cambia l'ampiezza degli angoli: 8

Cambiano ampiezze degli angoli e misure dei due lati che hanno un estremo nel vertice spostato: 16

Variano le lunghezze dei lati e le ampiezze degli angoli: 10

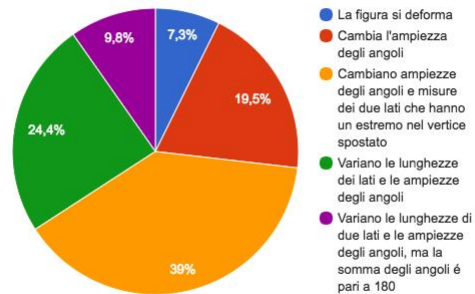
Variano le lunghezze di due lati e le ampiezze degli angoli, ma la somma degli angoli é pari a 180° : 4

Domanda 2: Classifica i triangoli in base ai lati e agli angoli

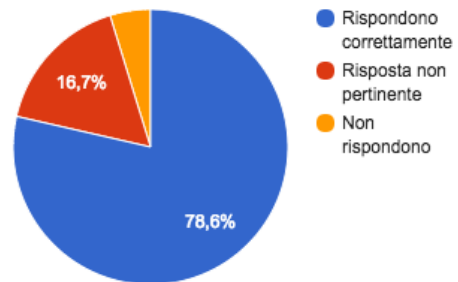
Rispondono correttamente: 33

Grafici scheda 2

Domanda 1



Domanda 2



Domanda 3: Come pensi di procedere per disegnare un triangolo isoscele?

Risposte:

Basta disegnare due segmenti di uguale lunghezza ed uno diverso dai precedenti ed usare poi il comando Muovi: 14

Prendo tre punti, misuro le distanze, modifico la posizione dei tre punti affinché due distanze siano uguali: 26

Disegno un segmento, il suo asse e scelgo il vertice sull'asse: 1


Domanda 4: Dopo aver costruito il triangolo isoscele servendoti dell'asse del segmento noti differenze con la tua costruzione?


Risposte:


Muovendo i vertici della prima costruzione cambiano le lunghezze di tutti i lati e le ampiezze di tutti gli angoli: 41


Nella costruzione con l'asse del segmento il triangolo resta sempre isoscele e muovendo la posizione del vertice sull'asse cambia solo la lunghezza dei due lati e degli angoli adiacenti alla base: 37

Alcune risposte: Foto 1

nuovamente sull'icona  e scegliere un *Punto*, quindi cliccare su un punto qualsiasi

dell'asse. Cliccare sull'icona , selezionare *Segmento* e unire i tre punti per formare un triangolo. Cliccare con il tasto destro del mouse su un punto qualsiasi dell'asse e deselezionare la voce *Mostra oggetto*, in questo modo si nasconde l'asse. Verifica che il

triangolo così costruito è isoscele misurando la lunghezza dei lati (cliccare sull'icona  e selezionare *Distanza o lunghezza*, quindi cliccare sui lati). Misurare anche gli angoli.

Provare a muovere i vertici del triangolo cliccando sull'icona  e selezionando *Muovi*. Cosa si nota? C'è differenza rispetto alla tua precedente costruzione?

IL TRIANGOLO COSTRUITO CON L'ASSE RIMANE SEMPRE ISOSCELE DATO CHE RIESCO A MUOVERE I VERTICI CREATI CON IL SEGMENTO. RIMANE SEMPRE UGUALE, MENTRE QUELLO CREATO DA ME CAMBIA SEMPRE FORMA E GRANDEZZA.

Alcune risposte: Foto 2

deselezionare la voce *Mostra oggetto*, in questo modo si nasconde l'asse. Verifica che il



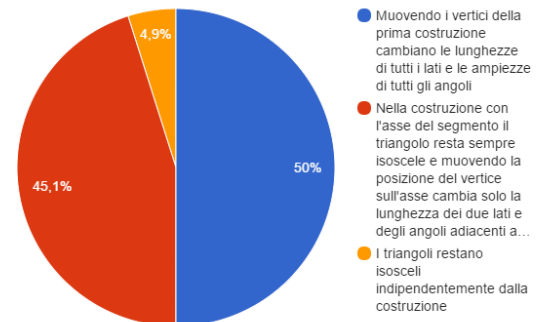
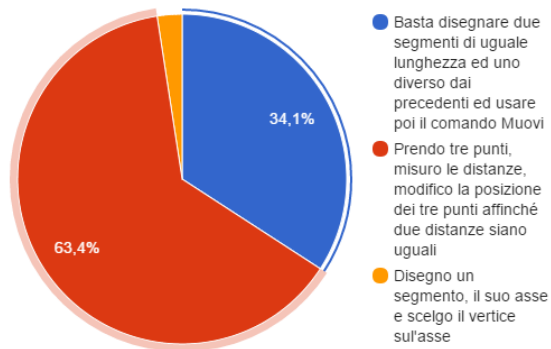
triangolo così costruito è isoscele misurando la lunghezza dei lati (cliccare sull'icona e selezionare *Distanza o lunghezza*, quindi cliccare sui lati). Misurare anche gli angoli.



Provare a muovere i vertici del triangolo cliccando sull'icona e selezionando *Muovi*. Cosa si nota? C'è differenza rispetto alla tua precedente costruzione?

I lati possono aumentare o diminuire
ma otterrò sempre un triangolo isoscele
in caso della costruzione.

Grafici scheda 2



Domanda 1: Disegnare un triangolo generico e rappresentare le tre bisettrici degli angoli interni. Disegnare un secondo triangolo e rappresentare le tre mediane, infine disegnare un terzo triangolo e, utilizzando la nuova icona, rappresentare le tre altezze. Cosa si può notare?

Risposta:

Le bisettrici si intersecano in uno stesso punto, le mediane si intersecano in uno stesso punto, le altezze si intersecano in uno stesso punto: 42


Domanda 2: Dopo aver costruito il triangolo con i vertici noti, e dopo aver disegnato altri due triangoli ottenuti ruotando il primo con angoli di ampiezza 90° e 180° , disegnare le tre altezze in tutti i triangoli. Cosa si può notare?


Risposte:

Le misure delle altezze sono uguali nei tre triangoli: 36

Alcune altezze sono esterne al triangolo: 6

ALCUNE RISPOSTE

triangolo. Cliccare sull'icona  e scegliere *Segmento* quindi cliccare su un vertice e sul punto medio del lato opposto. Ripetere l'operazione per tutti i vertici del triangolo.

4. Infine rappresentare le tre altezze di un triangolo utilizzando la nuova icona  *Altezza di un triangolo*. In questo caso non va costruito il triangolo, ma bisogna cliccare prima sull'icona quindi cliccare con il mouse sul piano cartesiano in tre punti qualsiasi. Verrà disegnato un triangolo e l'altezza relativa al lato opposto al primo punto segnato. Per calcolare le altre due altezze, cliccare sui vertici del triangolo nell'ordine BCA e CAB.
5. Cosa si può notare riguardo le bisettrici, le mediane e le altezze?

Notiamo che bisettrici e mediane si incontrano in un punto centrale chiamato incentro e baricentro, invece l'altezza ~~no come~~ dipende dalla figura che si decide di fare ad esempio se decidiamo di costruire un triangolo rettangolo il caso cambia.


ALCUNE RISPOSTE

disegnato un triangolo e l'altezza relativa al lato opposto al primo punto segnato. E cliccare le altre due altezze, cliccare sui vertici del triangolo nell'ordine BCA e CAB.


5. Cosa si può notare riguardo le bisettrici, le mediane e le altezze?

Notiamo che tutte le bisettrici, mediane e altezze si incontrano in un punto all'interno del triangolo. Le altezze si incontrano nell'ortocentro, Le bisettrici si incontrano nell'isocentro, e Le mediane si incontrano nel baricentro.

6. Disegnare il triangolo di vertici $A(-3, 1)$, $B(3, 3)$ e $C(8, -2)$ e tracciare le tre altezze.



ALCUNE RISPOSTE

4. Infine rappresentare le tre altezze di un triangolo utilizzando la nuova icona  *Altezza di un triangolo*. In questo caso non va costruito il triangolo, ma bisogna cliccare prima sull'icona quindi cliccare con il mouse sul piano cartesiano in tre punti qualsiasi. Verrà disegnato un triangolo e l'altezza relativa al lato opposto al primo punto segnato. Per calcolare le altre due altezze, cliccare sui vertici del triangolo nell'ordine BCA e CAB.

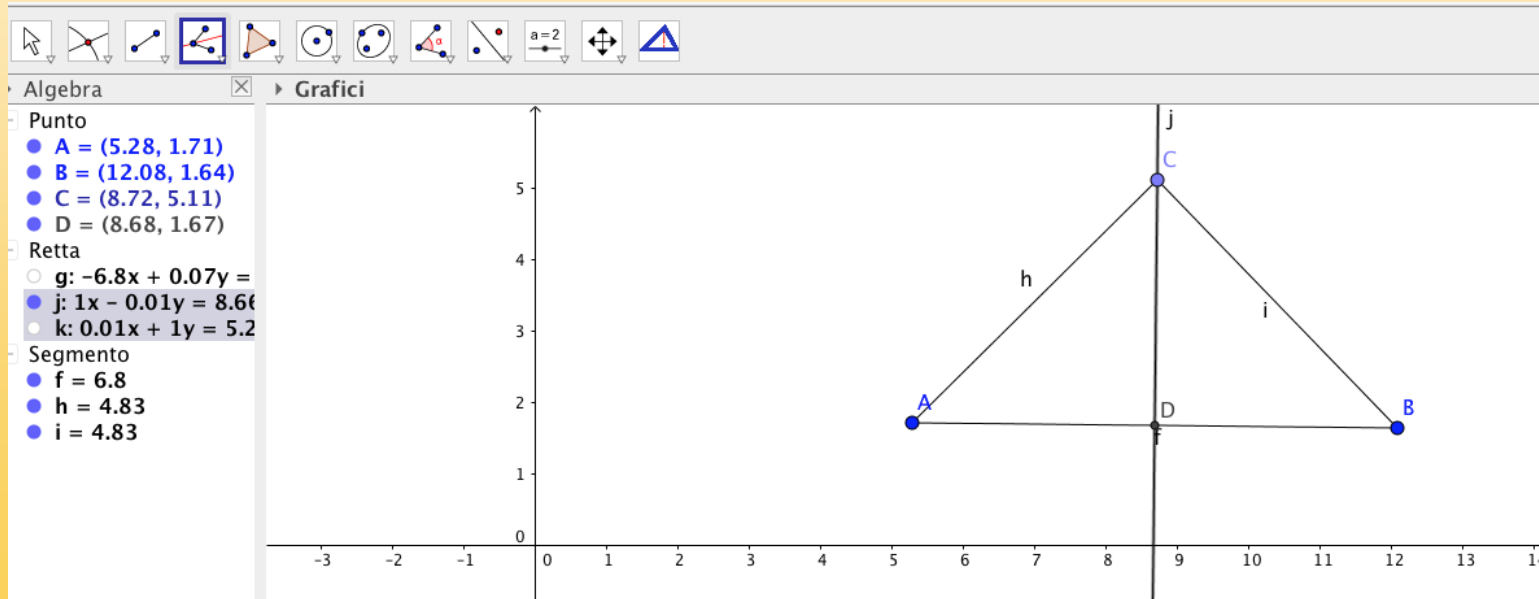
5. Cosa si può notare riguardo le bisettrici, le mediane e le altezze?

Aee'interno dei triangoli, la bisettici, le mediane e le altezze si incontrano in un punto che hanno in comune.

Domanda 3: Disegnare un triangolo isoscele e rappresentare la bisettrice dell'angolo al vertice, la mediana e l'altezza relative alla base. Cosa si può notare?

Risposta:

La bisettrice, la mediana e l'altezza sono sovrapposte: 42



La quarta scheda ha proposto la costruzione di tre diversi triangoli sia con il software Geogebra, sia con righello e goniometro. Sono stati forniti i seguenti dati:

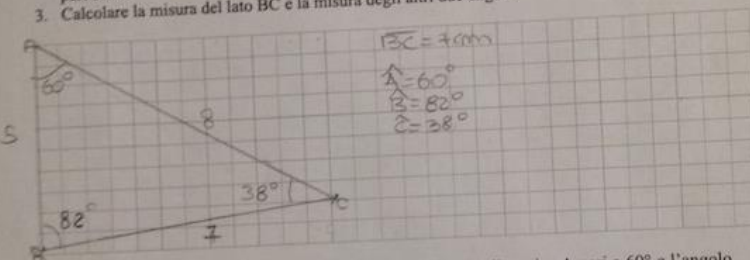
- Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, il lato $AC = 8$ cm e l'angolo di vertice A pari a 60° . Calcolare la misura del lato BC e la misura degli altri due angoli
- Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, l'angolo di vertice A pari a 60° e l'angolo di vertice B pari a 45° . Calcolare la misura dei lati BC e AC e la misura dell'altro angolo.
- Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, il lato $AC = 4$ cm e il lato $BC = 3$ cm. Calcolare la misura degli angoli.

Ciascun ragazzo ha disegnato, sia sulla scheda sia al computer, i triangoli e ha potuto constatare la veridicità dei criteri di congruenza dei triangoli.

ALCUNE RISPOSTE

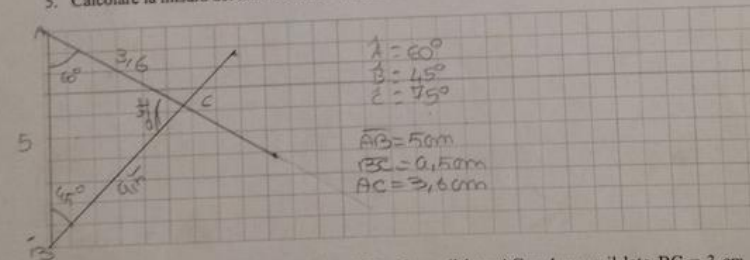
SCHEDA N. 4

1. Aprire il programma Geogebra
2. Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, il lato $AC = 8$ cm e l'angolo di vertice A pari a 60° .
3. Calcolare la misura del lato BC e la misura degli altri due angoli.



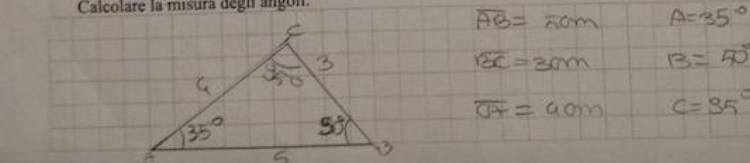
$BC = 7 \text{ cm}$
 $\hat{A} = 60^\circ$
 $\hat{B} = 82^\circ$
 $\hat{C} = 38^\circ$

4. Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, l'angolo di vertice A pari a 60° e l'angolo di vertice B pari a 45° .
5. Calcolare la misura dei lati BC e AC e la misura dell'altro angolo.



$\hat{A} = 60^\circ$
 $\hat{B} = 45^\circ$
 $\hat{C} = 75^\circ$
 $AB = 5 \text{ cm}$
 $BC = 3,6 \text{ cm}$
 $AC = 3,6 \text{ cm}$


6. Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, il lato $AC = 4$ cm e il lato $BC = 3$ cm. Calcolare la misura degli angoli.

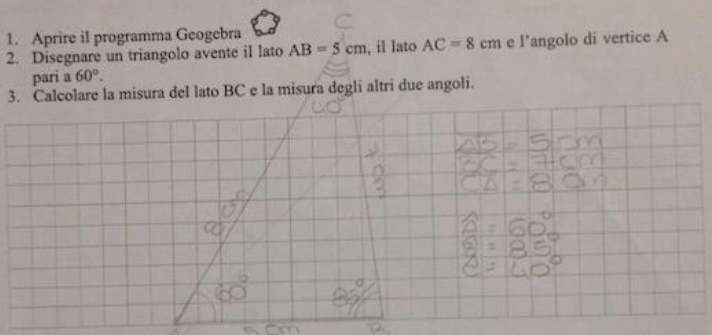


$AB = 5 \text{ cm}$ $A = 35^\circ$
 $BC = 3 \text{ cm}$ $B = 40^\circ$
 $AC = 4 \text{ cm}$ $C = 85^\circ$

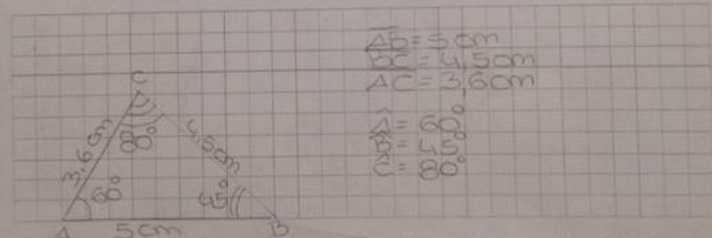
ALCUNE RISPOSTE

SCHEDA N. 4

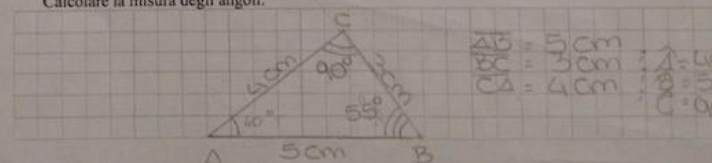
1. Aprire il programma Geogebra 
2. Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, il lato $AC = 8$ cm e l'angolo di vertice A pari a 60° .
3. Calcolare la misura del lato BC e la misura degli altri due angoli.



4. Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, l'angolo di vertice A pari a 60° e l'angolo di vertice B pari a 45° .
5. Calcolare la misura dei lati BC e AC e la misura dell'altro angolo.



6. Disegnare un triangolo avente il lato $AB = 5$ cm, il lato $AC = 4$ cm e il lato $BC = 3$ cm. Calcolare la misura degli angoli.



Considerazioni sulla sperimentazione

Clima di lavoro: sereno e rilassato

Partecipazione: attiva, spontanea, ordinata

Ritmo di lavoro: spedito, senza intoppi di eccessiva importanza (vedi arrotondamento)