DIVISIBILITÀ

MULTIPLI E DIVISORI

Margherita D’Onofrio

Roma 26 ottobre 2016

La **divisibilità** è un tema che contribuisce alla «sensibilità numerica», se ….. fatta bene

Nella tradizione scolastica

- Si comincia con i criteri di divisibilità senza approfondire il significato autentico
- Numeri primi
- scomposizione in fattori primi, soprattutto procedure
- MCD e mcm con il metodo della scomposizione in fattori primi

Prerequisiti

Calcolo mentale

Ripartiamo dalle tabelline

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Non solo 3x4=12

Anche 12:4=3
12:3=4

5x8=40
40:8=5
40:5=8

Non solo 4x5=20
2x10=20

Anche
20=4x5
20=2x10
36= 4x9
36=6x6
36=3x12

Il signor Gambalunga e i multipli

da *Il racconto della matematica* Spirito, D'Onofrio, Petrini

- *Immagina una scalinata, con i gradini numerati, che sale all'infinito.*
- *Per salire con regolarità e in fretta il signor Gambalunga sceglie di procedere 3 gradini per volta*

Chi sarà così bravo da dirci "al volo" il numero del gradino dove si trova il signor Gambalunga al 73° passo?

Il signor Gambalunga e i multipli

da *Il racconto della matematica* Spirito, D'Onofrio, Petrini

Chi sarà così bravo da dirci "al volo" il numero del gradino dove si trova il signor Gambalunga al 73° passo?

I ragazzi individualmente scrivono la loro risposta. L'insegnante le raccoglie e le mette insieme per tipologia.
L'insegnante mette in visione dei ragazzi le risposte significative e inizia la discussione.

La diapositiva successiva è un esempio di problematiche che potrebbero venir fuori dalle risposte e dalla discussione.

Paolo prepara una tabella come questa; in corrispondenza a ogni passo, aggiunge 3 al numero del gradino precedentemente raggiunto, fino alla settantatreesima riga.

Giulia segue una strada diversa. Prima di mettersi a fare lunghi conti osserva che i numeri corrispondenti ai gradini raggiunti dal signor Gambalunga si ottengono moltiplicando 3 rispettivamente per 1, per 2, per 3, per 4, ecc

Numero del passo	numero del gradino
1	3
2	3+3=6
3	6+3=9
4	9+3=12
5	12+3=15
6	15+3=18
….	…

Numero del passo	numero del gradino
1	3x1
2	3x2=6
3	3x3=9
4	3x4=12
5	3x5=15
6	3x6=18
….	…..

il numero del gradino su cui si trova il signor Gambalunga al 73° passo è 3·73=219 (è lo stesso risultato che ha trovato Paolo, che però ha consumato mezzo quaderno e qualche minuto di troppo).

La pigrizia di Giulia l'ha portata a una scoperta interessante e quindi a rispondere "al volo" al quesito.

Alla fine si giungerà a scrivere:

I multipli di un numero naturale si ottengono moltiplicando il numero di partenza per i naturali diversi da 0.

Numeri divisibili per un numero naturale

Completa le seguenti tabelle e fai le tue osservazioni

n	quoziente	resto
0:2	0	0
1:2	0	1
2:2	1	0
3:2	1	
4:2		
5:2		
6:2		
7:2		
8:2		
9:2		
10:2		
11:2		
…		

n	quoziente	resto
0:3	0	0
1: 3	0	1
2:3	0	2
3:3	1	
4:3		
5:3		
6:3		
7:3		
8:3		
9:3		
10:3		
11:3		
…		

n	quoziente	resto
0:4	0	0
1: 4	0	1
2:4	0	2
3:4	0	
4:4	1	
5:4		
6:4		
7:4		
8:4		
9:4		
10:4		
11:4		
…		

n	quoziente	resto
0:5	0	0
1:5	0	1
2:5	0	2
3:4	0	
4:5	0	
5:5	1	
6:5		
7:5		
8:5		
9:5		
10:5		
11:5		
…		

Anche qui

1) i ragazzi devono scrivere liberamente le loro osservazioni,
2) L'insegnante raccoglie le risposte, le raggruppa per tipologia, comincia la discussione sulle risposte

Numeri divisibili per un numero naturale

Completa le seguenti tabelle e fai le tue osservazioni

n	quoziente	resto
0:2	0	0
1:2	0	1
2:2	1	0
3:2	1	1
4:2	2	0
5:2	2	1
6:2	3	0
7:2	3	1
8:2	4	0
9:2	4	1
10:2	5	0
11:2	5	1
…		

n	quoziente	resto
0:3	0	0
1: 3	0	1
2:3	0	2
3:3	1	0
4:3	1	1
5:3	1	2
6:3	2	0
7:3	2	1
8:3	2	2
9:3	3	0
10:3	3	1
11:3	3	2
…		

n	quoziente	resto
0:4	0	0
1: 4	0	1
2:4	0	2
3:4	0	3
4:4	1	0
5:4	1	1
6:4	1	2
7:4	1	3
8:4	2	0
9:4	2	1
10:4	2	2
11:4	2	3
…		

n	quoziente	resto
0:5	0	0
1:5	0	1
2:5	0	2
3:4	0	3
4:5	0	4
5:5	1	0
6:5	1	1
7:5	1	2
8:5	1	3
9:5	1	4
10:5	2	0
11:5	2	1
…		

Domande che possono sollecitare le osservazioni da fare eventualmente dopo

se dividiamo un numero per 2 quali sono i resti possibili? E se dividiamo per 3? Per 4? Per 5? …..

se dividiamo un numero per 2 quali sono i numeri che danno resto 0?

se dividiamo un numero per 3 quali sono i numeri che danno resto 0?

Numeri divisibili per un numero naturale

Alla fine si giungerà a concettualizzare:

resto **0** *a* divisibile per 2
a:**2**
resto **1**

Un numero *a* è divisibile per 2
se *a*:2 ha come resto 0 o
***a* è multiplo di 2**

resto **0** *a* divisibile per 3
a:3 resto **1**
resto **2**

Un numero a è divisibile per 3
se *a*:3 ha come resto 0 o
***a* è multiplo di 3**

Numeri divisibili per un numero naturale

Alla fine si giungerà a concettualizzare:

a **è divisibile per** ***b***
se la divisione ***a:b*** **ha resto 0**

a **è divisibile per** ***b***
se ***a*** **è multiplo di b**

Criteri di divisibilità

- Oggi ci sono le calcolatrici che velocemente possono dirci se un numero è divisibile per un altro, bisogna però riconoscere certe divisibilità per costruire quella sensibilità numerica di cui abbiamo parlato all’inizio

- I criteri non vanno dati come «regole»
- ma **come «scorciatoie»** che i ragazzi stessi devono scoprire
- Per 2, per 5 e per 10 sono molto facili

- 874<u>0</u>   97<u>2</u>   180<u>4</u>   3333<u>6</u>   901<u>8</u>   sono divisibili per 2 ---> sono pari
- 222<u>1</u>   20<u>3</u>   400<u>5</u>   989<u>7</u>   299<u>9</u> non sono divisibili per 2 ---> sono dispari

Numeri che sono divisori di un numero naturale

n	quoziente	resto
0:2	**0**	**0**
1:2	0	**1**
2:2	1	**0**
3:2	1	**1**
4:2	2	**0**
5:2	2	**1**
6:2	3	**0**
7:2	3	**1**
8:2	4	**0**
9:2	4	**1**
10:2	5	**0**
11:2	5	**1**
…		

n	quoziente	resto
0:3	0	**0**
1: 3	0	**1**
2:3	0	**2**
3:3	1	**0**
4:3	1	**1**
5:3	1	**2**
6:3	2	**0**
7:3	2	**1**
8:3	2	**2**
9:3	3	**0**
10:3	3	**1**
11:3	3	**2**
…		

n	quoziente	resto
0:4	0	**0**
1: 4	0	**1**
2:4	0	**2**
3:4	0	**3**
4:4	1	**0**
5:4	1	**1**
6:4	1	**2**
7:4	1	**3**
8:4	2	**0**
9:4	2	**1**
10:4	2	**2**
11:4	2	**3**
…		

n	quoziente	resto
0:5	0	**0**
1:5	0	**1**
2:5	0	**2**
3:5	0	**3**
4:5	0	**4**
5:5	1	**0**
6:5	1	**1**
7:5	1	**2**
8:5	1	**3**
9:5	1	**4**
10:5	2	**0**
11:5	2	**1**
…		

Nelle tabelle sono state evidenziate le divisioni del 10 per alcuni numeri
10:2; 10:3; 10:4; 10:5;

Cosa noti? Fai le tue osservazioni

Numeri che sono divisori di un numero naturale

n	quoziente	resto
0:2	**0**	**0**
1:2	0	**1**
2:2	1	**0**
3:2	1	**1**
4:2	2	**0**
5:2	2	**1**
6:2	3	**0**
7:2	3	**1**
8:2	4	**0**
9:2	4	**1**
10:2	5	**0**
11:2	5	**1**
…		

n	quoziente	resto
0:3	0	**0**
1: 3	0	**1**
2:3	0	**2**
3:3	1	**0**
4:3	1	**1**
5:3	1	**2**
6:3	2	**0**
7:3	2	**1**
8:3	2	**2**
9:3	3	**0**
10:3	3	**1**
11:3	3	**2**
…		

n	quoziente	resto
0:4	0	**0**
1: 4	0	**1**
2:4	0	**2**
3:4	0	**3**
4:4	1	**0**
5:4	1	**1**
6:4	1	**2**
7:4	1	**3**
8:4	2	**0**
9:4	2	**1**
10:4	2	**2**
11:4	2	**3**
…		

n	quoziente	resto
0:5	0	**0**
1:5	0	**1**
2:5	0	**2**
3:4	0	**3**
4:5	0	**4**
5:5	1	**0**
6:5	1	**1**
7:5	1	**2**
8:5	1	**3**
9:5	1	**4**
10:5	2	**0**
11:5	2	**1**
…		

Dopo la discussione si arriverà:
10 è divisibile per 2 e per 5 ma non è divisibile per 3 e per 4
2 e 5 si chiamano **divisori** di 10 perché entrano un numero esatto di volte in 10

b è divisore di a se la divisione a:b ha resto 0

Numeri che sono divisori di un numero naturale

- 10 è **divisibile** per 2
- 2 è **divisore** di 10
-

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge] \text{Elena} \arrow[r, bend left, "\text{madre di}"] & \text{Martino} \arrow[l, bend left, "\text{figlio di}"] \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge] \mathbf{10} \arrow[r, bend left, "\text{è \textbf{divisibile} per}"] & \mathbf{2} \arrow[l, bend left, "\text{è \textbf{divisore} di}"] \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge] \mathbf{10} \arrow[r, bend left, "\text{è \textbf{multiplo}}"] & \mathbf{2} \arrow[l, bend left, "\text{è \textbf{divisore} di}"] \end{tikzcd}$$

- La relazione divisibile-divisore è proprio come la relazione madre-figlio:
- Elena è la mamma di Martino
- Martino è il figlio di Elena

Numeri che sono divisori di un numero naturale

- **Come puoi trovare tutti i divisori di 36?**

- Raccogliere le risposte e discutere dei diversi divisori e delle strade per trovarli tutti

Numeri che sono divisori di un numero naturale

- **Come puoi trovare tutti i divisori di 36?**

divisori	1	2	3	4	6
quoti	36	18	12	9	(6)

	1x36	2x18	3x12	4x9	6x6

Come puoi trovare tutti i divisori di 84?

divisori	1	2	3	4	6	7	(12)	
quoti	84	42	28	21	14	12	(7)	divisori

Trova i divisori dei numeri della tabella e fai le tue osservazioni

n	divisori
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

n	divisori
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	

Numeri che sono divisori di un numero naturale

n	divisori
1	1
2	**1, 2**
3	**1, 3**
4	1, 2, 4
5	**1, 5**
6	1, 2, 3, 6
7	**1, 7**
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
11	**1, 11**
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
13	**1, 13**
14	1, 2, 7, 14
15	1, 3, 5, 15
16	1. 2, 4, 8,16
17	**1,17**
18	1, 2, 3, 6, 9, 18

La scoperta:
alcuni numeri hanno solo 2 divisori

Sono i numeri primi

quanti sono i numeri primi?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Numeri che sono divisori di un numero naturale

n	divisori
1	1
2	**1, 2**
3	**1, 3**
4	1, 2, 4
5	**1, 5**
6	1, 2, 3, 6
7	**1, 7**
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
11	**1, 11**
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
13	**1, 13**
14	1, 2, 7, 14
15	1, 3, 5, 15
16	
17	
18	

La scoperta:
alcuni numeri hanno solo 2 divisori
Sono i numeri primi

Quali e quanti sono i numeri primi compresi tra 1 e 100?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Numeri che sono divisori di un numero naturale

n	divisori
1	1
2	**1, 2**
3	**1, 3**
4	1, 2, 4
5	**1, 5**
6	1, 2, 3, 6
7	**1, 7**
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
11	**1, 11**
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
13	**1, 13**
14	1, 2, 7, 14
15	1, 3, 5, 15
16	
17	
18	

La scoperta:
alcuni numeri hanno come divisori solo 1 e se stessi
Sono i numeri primi

quanti sono i numeri primi compresi tra 1 e 100?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Numeri che sono divisori di un numero naturale

n	divisori
1	1
2	**1, 2**
3	**1, 3**
4	1, 2, 4
5	**1, 5**
6	1, 2, 3, 6
7	**1, 7**
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
11	**1, 11**
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
13	**1, 13**
14	1, 2, 7, 14
15	1, 3, 5, 15
16	
17	
18	

La scoperta:
alcuni numeri hanno come divisori solo 1 e se stessi
Sono i numeri primi

quanti sono i numeri primi compresi tra 1 e 100?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Numeri che sono divisori di un numero naturale

n	divisori
1	1
2	**1, 2**
3	**1, 3**
4	1, 2, 4
5	**1, 5**
6	1, 2, 3, 6
7	**1, 7**
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
11	**1, 11**
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
13	**1, 13**
14	1, 2, 7, 14
15	1, 3, 5, 15
16	
17	
18	

La scoperta:
alcuni numeri hanno come divisori solo 1 e se stessi
Sono i numeri primi

Setaccio di Eratostene

Numeri primi nei numeri compresi tra 1 e 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Numeri che sono divisori di un numero naturale

n	divisori
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
11	1, 11
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
13	1, 13
14	1, 2, 7, 14
15	1, 3, 5, 15
16	
17	
18	

La scoperta:
alcuni numeri hanno come divisori solo 1 e se stessi

Si chiamano **divisori propri** di un numero naturale tutti i divisori diversi da 1 e dal numero stesso

Si chiamano **divisori impropri** di un numero naturale l’1 e il numero stesso

Scomposizione in fattori

Scrivi il numero 36 come **moltiplicazione di numeri**

Raccogliere le risposte e discuterle

Possibili risposte

36 = 4x9

36 = 3x12

36 = 2x18

36 = 3x3x4

36 = 6x6

Se nessuno arriva a 2x2x3x3, proporlo

Scomposizione in fattori primi

Numeri scomposti in fattori

Scrivi il numero 36 come **moltiplicazione di numeri**

36 = 4x9 → 2x2x3x3

36 = 3x12 → 3x2x2x3

36 = 2x18 → 2x2x3x3   2x2x3x3 = 2^2x3^2

36 = 3x3x4 → 3x3x2x2

36 = 6x6 → 2x3x2x3

Ogni numero naturale ha
un'unica scomposizione in fattori primi
(a parte l'ordine dei fattori)

Far scomporre altri numeri in fattori e in fattori primi

n	fattori
1	1
2	1x2
3	1x3
4	1x4 2x2
5	1x5
6	1x6 2x3
7	1x7
8	1x8 2x4 m
9	1x 9 3x3
10	1x10 2x5
11	1x11
12	1x12 2x6 3x4 2x2x3
13	1x13
14	1x4 2x7
15	1x15 3x5
16	1x16 2x8 4x4 2x2x2x2
17	1x17
18	1x18 2x9 3x6 2x3x3

20=
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33

Scomposizione in fattori primi

La scomposizione di un numero risulta utile in molte occasioni

La scomposizione in fattori primi di un numero **“genera”** tutti i **divisori** (escluso il divisore improprio 1) del numero.

Ora consideriamo i fattori primi che compongono 30 e tutti i loro prodotti, prendendo i fattori a due a due o tutti e tre.

30 = 2x3x5

2 = 2
3 = 3
5 = 5
2x3 = 6
2x5 = 10
3x5 = 15
2x3x5 = 30

Divisori di 30

Una tecnica per la scomposizione in fattori primi

270

2 **135**

270 = **2** x **135**

270	2
135	

270

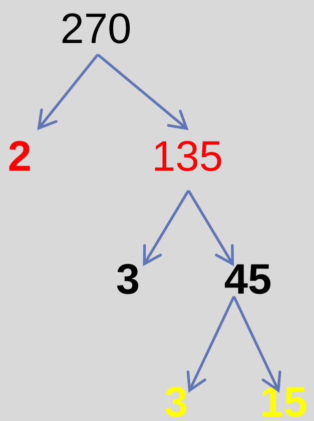
2 **135**

3 **45**

270 = **2** · **3** · **45**

270	2
135	3
45	

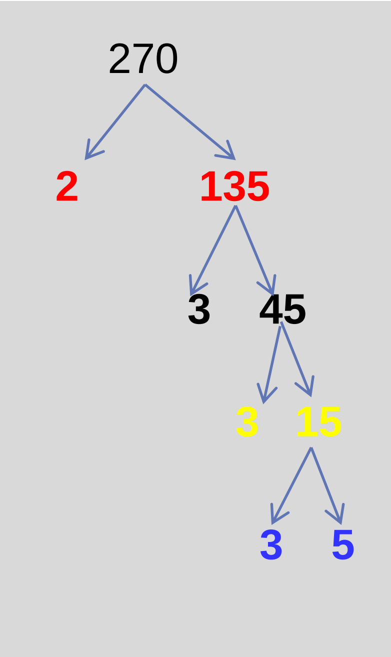
Una tecnica per la scomposizione in fattori primi



270 = 2 · 3 · 3 · 15

270	2
135	3
45	3
15	

Una tecnica per la scomposizione in fattori primi



270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$270 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

$270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$

Ancora ricerca dei divisori

270 = 2 · 3 · 3 · 3 · 5

270 = 2 · 3^3 · 5

- 2 , 3, 3, 3, 5
- 2x3; 2x5; 3x5;
- 2x3x3; 2x3x5; 3x3x3; 3x3x5
- 2x3x3x3; 2x3x3x5; 3x3x3x5

2 , 3, 5

2x3; 2x5; 3x5

2x3x3: 2x3x5; 3x3x3; 3x3x5

2x3x3x3; 2x3x3x5; 3x3x3x5

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Il numero 270 scomposto come:

$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ numero

lo vogliamo dividere per :

$2 \cdot 3 \cdot 3$ divisore

- Quali sono i fattori che occorrono al secondo numero (il divisore) per formare 270? …… ………
- Il risultato allora sarà ……..…………………………….

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Il numero 270 scomposto come:

2 · 3 · 3 · 3 · 5 numero

lo vogliamo dividere per :

2 · 3 · 3 divisore

- Quali sono i fattori che occorrono al secondo numero (il divisore) per formare 270? … **3 · 5** ……………

- Il risultato allora sarà ……… **15** ………………………………

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Il numero 270 scomposto come:

$2 \cdot 3^3 \cdot 5$ numero

$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ numero

lo vogliamo dividere per :

$2 \cdot 3^2$ divisore

$2 \cdot 3 \cdot 3$ divisore

$3 \cdot 5$ risultato

$3 \cdot 5$ risultato

$2 \cdot 3^2 \quad \times \quad 3 \cdot 5 \quad = \quad 2 \cdot 3^3 \cdot 5$

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Ho il seguente numero, che chiameremo *b* già scomposto in fattori primi

$$2^2 x\ 5\ x\ 7$$

Se lo divido per 2 il risultato sarà un numero intero?

E se lo divido per 10?

E se lo divido per 3?

rispondi senza calcolare il numero dato *b*

Spiega come hai fatto

……………………………………………………………………………

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Controlla se hai risposto correttamente calcolando il numero b e svolgendo le divisioni.

Se hai sbagliato pensi di sapere perché hai sbagliato?

…………………………………………………………………….

…………………………………………………………………...

Spiega quale errore hai commesso

…………………………………………………………………….

………………………………………………………..…………..

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

a	:n	quoto
5^3x7	5	
5^3x7	7	
5^3x7	5^2	
5^3x7	35	
5^3x7	3	

Il numero **n** è dato da **3^2 x 7 x 11**,
nella seguente tabella segna con una X quali tra questi numeri sono suoi divisori.

3x7	2x7	3x11	3^3	3^2	7^2x11

Il numero **a** è dato da **2 x 11^2 x 13^3** nella seguente tabella sono segnati alcuni suoi divisori scrivi, come nell'esempio, il risultato della divisione tra **a** ed il numero dato.

2x11	11^2 x13	2x11^2	2x13^3	13^3	11^2	11^2x13^3

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Il numero **d** è ottenuto da $\mathbf{3^2 \times 7 \times 11^3}$.

Qui di seguito sono proposti alcuni dei suoi divisori, cerca e unisci con una linea le coppie di numeri che moltiplicati fra loro danno il numero **d.**

Se hai qualche difficoltà prova a scrivere i prodotti usando matite colorate per ogni fattore**.**

3^2

$3x11$

$7x11^2$

$3x7$

3^2x11

$7x11^3$

7

$3x11^3$

3^2x11^3

$3x7x11^2$

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Gioco di carte “L’intruso»

Da un lavoro di G. Mayer
sulla divisibilità
Pubblicato nel progetto
Piano nazionale qualità e
merito 2010-2011

E’ un gioco di gruppo, dello stile “uomo nero” (ogni regione ha un nome particolare per questo gioco). Si distribuiscono le carte ai giocatori e questi devono prima vedere se possono eliminare qualche carta secondo una data regola e poi far sceglier al compagno vicino (verso orario o antiorario dipende dagli usi) una carta delle proprie. Nel mazzo c’è una sola carta non accoppiabile e perde chi rimane in ultimo con quella carta in mano.

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Gioco di carte “L’intruso»

Scegliete un numero la cui scomposizione in fattori primi contenga un numero alto di divisori, ad esempio 2250 = $2x3^2x5^3$ che ha 24 divisori, compresi 1 e 2250.

Preparate delle carte con scritti sopra tutti i divisori del numero. I divisori possono essere scritti alcuni come numero intero ed altri, i più complessi da scomporre a mente, già scomposti in fattori primi. Decidete quale carta possa essere l’intruso, ad esempio può essere un numero del tipo 3 x 11, ovvero un numero che contiene alcuni fattori della scomposizione ma è composto anche da altri numeri primi, quindi non è un divisore.
La regola per eliminare le carte a coppie è che il loro prodotto dia il numero scelto

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

Gioco di carte «L'intruso»

$2250 = 2x3^2x5^3$

$2x3^2x5^3$	**$3x5^3$**	**5^3**	**$2x5^3$**	**5**	**9**
45	**$2x3x5^3$**	**50**	**18**	**3**	**2**

Calcolo mentale con numeri scomposti in fattori primi

6	$3^2 x 5^3$	25	$3^2 x 5^2$	15	1
10	$2 x 3^2 x 5^2$	2x3x5	$2 x 3 x 5^2$	$2 x 3^2 x 5^2$	$3 x 5^2$

L'intruso → 2x3x11

Multipli comuni e divisori comuni

Torna in scena la famiglia Gambalunga

Ti ricordi il signor Gambalunga che saliva i gradini a 3 a 3? Il nostro amico, rispetto alla moglie, è una specie di lumaca! La signora, infatti, sale la stessa scalinata 5 gradini alla volta:
Sapevamo già che il signor Gambalunga passa solo su alcuni gradini (il numero 3, il numero 6, ecc.); ora sappiamo che anche la signora Gambalunga passa solo su alcuni gradini (il numero 5, il numero 10, ecc.).

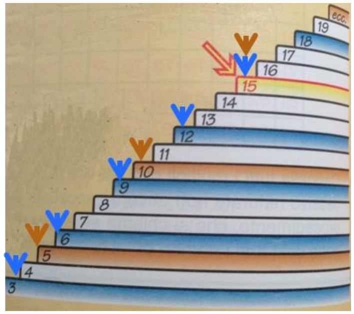
- *Chi sarà tanto bravo da dirci qual è il numero di un gradino su cui certamente passano entrambi i coniugi Gambalunga?*
- ____
- ____

- *Chi sarà tanto bravissimo (non si può dire, ma rende l'idea) da dirci quanti sono i gradini su cui passano entrambi i coniugi Gambalunga?*
- ____
- ____

Multipli comuni e divisori comuni

I ragazzi individualmente scrivono le loro risposte.
L'insegnante le raccoglie e le mette insieme per tipologia.
Oltre alla scrittura vanno bene tabelle, grafici, …
L'insegnante mette in visione dei ragazzi le risposte significative e inizia la discussione.

numero del passo	***numero del gradino***
1	5
2	10
3	15
…	…



Il primo quesito, *espresso con le parole della matematica, diventa: qual è un numero che è multiplo sia di 3 che di 5? (Infatti i gradini su cui passa il marito sono quelli numerati con i multipli di 3, i gradini su cui passa la moglie sono quelli numerati con i multipli di 5).*
Ebbene, un numero che soddisfa entrambe le nostre richieste è certamente 3·5, cioè il numero 15.
Infatti, entrambi i coniugi Gambalunga passano per il gradino numero 15:
- 15 è uguale a 3·5, e quindi corrisponde al quinto passo del signor Gambalunga (quinto multiplo di 3)
- 15 è anche uguale a 5·3, e quindi corrisponde anche al terzo passo della signora Gambalunga (terzo multiplo di 5)
Per la precisione: il gradino 15 è anche il primo gradino per cui passano entrambi i coniugi Gambalunga.

Siamo pronti per **la seconda domanda***: quanti sono i gradini per cui passano entrambi i coniugi Gambalunga?*
Ne abbiamo trovato uno, il gradino numero 15; ma è proprio l'unico? Paolo dice che c'è anche un secondo gradino che va bene, il gradino numero 30=15·2.
Infatti

a) il gradino numero 30 è uno dei gradini dove passa il signor Gambalunga perché 30 è un multiplo di 3 (30=10·3); il signor Gambalunga raggiunge il gradino numero 15 al quinto passo; niente di strano che al decimo passo raggiunga il gradino numero 30
b) il gradino numero 30 è uno dei gradini dove passa la signora Gambalunga perché 30 è un multiplo di 5 (30=6·5); la signora Gambalunga raggiunge il gradino numero 15 al terzo passo; niente di strano che al sesto passo raggiunga il gradino numero 30

Quindi, entrambi i coniugi Gambalunga percorrono il gradino 30.
A questo punto è Paola a fare il successivo passo (non sulla scalinata, ma nel ragionamento!).
Paola osserva che i coniugi Gambalunga non condividono solo il passaggio per i gradini numero 15 e 30=15·2; condividono anche il passaggio per i gradini numero 45=15·3, 60=15·4, 75=15·5, e così via, all'infinito. Proprio come se ci fosse qualcuno che sale la scala 15 gradini per volta!
Insomma, i gradini "condivisi" da entrambi i coniugi Gambalunga sono i gradini numerati con i multipli di 15, e sono quindi in quantità infinita. (E' proprio vero: in matematica si incontra continuamente l'infinito!).

Multipli comuni e divisori comuni

Scrivi i primi 10 multipli di 2

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30

Scrivi i primi 10 multipli di 3

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45

Ci sono dei multipli comuni?

M_2 (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, …)

M_3 (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, …)

Quali scoperte possiamo fare?

Multipli comuni e divisori comuni

Scrivi i divisori di 36

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Scrivi i divisori di 48

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Ci sono dei divisori comuni?

D_{36} (1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36)

D_{48} (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48)

Quali scoperte possiamo fare?

MCM e MCD

Trova a vista il minimo comune multiplo di due numeri che siano:

Primi tra loro

3 e 5	4 e 5
5 e 6	6 e 7
7 e 9	8 e 9

Uno multiplo dell’altro

4 e 8	5 e 10
8 e 12	5 e 15

Né primi tra loro né uno multiplo dell’altro

6 e 8	6 e 9
8 e 12	10 e 15

Attenzione agli esercizi!!!

E alle verifiche!!!!

Esempi