

Primi elementi di statistica

a cura del gruppo di matematica del Cidi di Roma, 2005-06

La principale finalità di un lavoro statistico condotto nella scuola è, probabilmente, l'esplorazione (l'avvio di un'esplorazione) della zona grigia di una matematica più incerta e sfuggente di quella solitamente frequentata, utilizzando però, in modo corretto e consapevole, strumenti collaudati e rigorosi.

Un lavoro in questo ambito può aiutare a intravedere come la matematica contribuisca a gettare luce su processi, fenomeni e situazioni complesse, apparentemente da essa molto lontane; e, al tempo stesso, favorire qualche elemento di consapevolezza del carattere approssimato, parziale, incerto delle pur preziose conoscenze che se ne ricavano. L'esplorazione dei territori più infidi e scivolosi della matematica (probabilità e statistica sopra tutti) è, inoltre, una parte significativa del saper far di conto dei nostri giorni. Le competenze che si acquisiscono per questa via contribuiscono a delineare quale possa essere una "matematica della cittadinanza" adeguata a un positivo e critico inserimento nella vita sociale.

La statistica non è certo tra gli ambiti più "praticati" nella didattica della scuola italiana. Esistono però degli esempi molto interessanti di attività centrate sulla statistica, sperimentate da insegnanti innovatori e intraprendenti (lavori sulle foglie o sugli aghi di pino, o, ancora, sui sassi raccolti in diversi punti di un corso d'acqua, ecc.). Attraverso queste attività gli alunni pervengono alla scoperta di elementi di regolarità, interessanti e significativi, ad esempio, dal punto di vista naturalistico.

Meno "frequentato" è un tipo di lavoro, che non sia meramente definitorio e descrittivo, su alcuni dei fondamenti matematici della statistica. Il materiale che proponiamo si propone l'obiettivo, in sé modesto, di introdurre alcuni valori di sintesi (media, moda, mediana). Il tentativo è però quello di avvicinare questa problematica in modo "costruttivo", giocando con e intorno ai diversi valori di sintesi, senza cedere alla tentazione, così presente nella nostra didattica, di "passare velocemente oltre". La consapevole "presa di possesso" dei diversi valori di sintesi richiede infatti un lavoro specifico, non frettoloso, che si ponga delle domande (perché tre modi per sintetizzare un insieme di numeri? quali le loro diverse caratteristiche? ne esiste uno "migliore" o piuttosto i tre valori di sintesi, ciascuno parziale, ci parlano di cose diverse?); un lavoro che si soffermi anche ad affrontare, ad esempio, questioni e problemi, per così dire, "inversi" (come si possono alterare i dati in modo da conservare o modificare in una certa direzione prefissata media, mediana e moda?). Dunque, l'interesse di questo materiale – sempreché tale interesse esista davvero! – è, piuttosto che nella novità dei contenuti, nell'indicazione di metodo ad esso sottesa. E tale indicazione metodologica si può, in fondo, sintetizzare efficacemente in un "elogio della lentezza", un po' controcorrente, ma, forse, quanto mai opportuno per un riesame critico della nostra didattica...

Percorso quinta elementare/prima media

Schede di laboratorio su: Mediana, Moda, Media

Guida per l'insegnante

Scheda 1

L'insegnante suddivide la classe in gruppi (ipotizziamo che siano 4) e consegna a ogni gruppo i seguenti materiali:

- colonnine di lego costituite rispettivamente da 1,3,3,3,4,7,7,8,9 mattoncini, non ordinate
- scheda 1 di laboratorio

Dopo 20 minuti ritira le schede. Riempie alla lavagna la seguente tabella:

	numero nel quadrato	numero nel cerchio	numero nel triangolo
gruppo 1			
gruppo 2			
gruppo 3			
gruppo 4			

Arriva, attraverso una discussione, alle risposte unificate: rispettivamente 4,3,5

Definisce mediana (limitatamente al caso di insiemi con un numero dispari di elementi), moda e media (come risultato della procedura mirata a "pareggiare" le lunghezze).

Scheda 2

L'insegnante consegna ai gruppi la scheda 2 di laboratorio.

Dopo circa 10 minuti ritira le schede. Registra su una tabella le varie risposte al primo quesito:

Se i numeri sono in ordine dal più piccolo al più grande	gruppo 1	gruppo 2	gruppo 3	gruppo 4
la mediana si vede subito				
la moda si vede subito				
la media si vede subito				
la mediana sta per forza tra i valori dati				
la moda sta per forza tra i valori dell'insieme dato				
la media sta per forza tra i numeri iniziali dell'insieme				

Poi, esamina e discute le risposte fino ad arrivare a risposte unificate. L'insegnante compila insieme agli alunni una tabella in cui, per ogni valore di sintesi, vengono registrate le rispettive proprietà.

Esamina ora le risposte al secondo quesito, registra i risultati dei vari gruppi e, se ci sono risultati errati, li corregge attraverso la discussione.

Esamina infine le risposte al terzo quesito, registra i risultati dei vari gruppi e, se ci sono risultati errati, li corregge attraverso la discussione.

Scheda 3

L'insegnante consegna a ogni gruppo i seguenti materiali:

- 30 mattoncini di lego
- scheda 3 di laboratorio

Dopo circa 30 minuti ritira le schede.

Sulla base delle risposte dei gruppi l'insegnante registra alla lavagna:

- il procedimento per trovare la mediana (sia nel caso di un insieme pari che nel caso di un insieme dispari di dati)
- l'osservazione che la moda esiste solo se c'è un dato più frequente
- l'osservazione che il procedimento per trovare la media "smontando e rimontando" funziona solo se la somma dei dati è divisibile per il numero dei dati
- il procedimento generale per trovare la media

Scheda 4

L'insegnante consegna a ogni gruppo i seguenti materiali:

- 28 caramelle e un tabellone con 7 posti
- scheda 4 di laboratorio

Dopo circa 30 minuti ritira le schede.

Sulla base delle risposte dei gruppi l'insegnante registra alla lavagna:

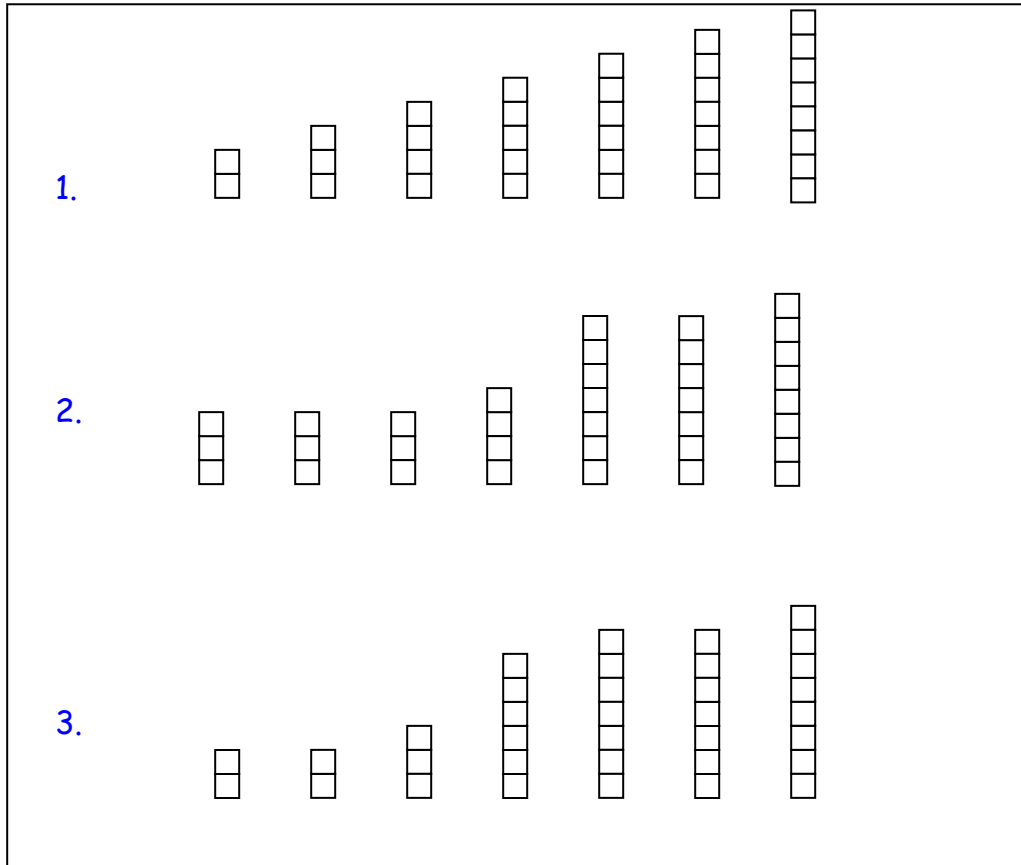
- l'osservazione che la mediana dipende solo dai dati centrali, mentre non dipende dai dati "periferici"
- l'osservazione che la moda dipende solo dal confronto delle frequenze dei dati, mentre non dipende dai dati
- l'osservazione che la media dipende solo dalla somma dei dati e dal numero dei dati, mentre non dipende dai singoli dati
- l'osservazione finale che, mentre è possibile fissare prima la mediana e la moda e poi aggiustare i dati perché esse risultino corrette, questo non è possibile per la media; dunque, la media è il più "sensibile" dei valori di sintesi (non si può alterare un dato senza alterare la media) e, al tempo stesso, è il più insensibile (perché dipende solo dalla somma dei dati e dal loro numero)

Scheda 5 A

Scopo dell'attività è quello di permettere un confronto tra i due indici, Media e Mediana, in una stessa distribuzione.

L'insegnante consegna a ogni gruppo i seguenti materiali:

- scheda 5A di laboratorio(per la scheda 5A)
- un foglio (come in figura) sul quale sono riportate le seguenti distribuzioni di colonnine, formate tutte da 35 mattoncini



Scheda 5B di laboratorio

Dopo circa 20 minuti l'insegnante ritira i risultati.

Sulla base delle conclusioni dei gruppi l'insegnante formalizza i risultati e li registra alla lavagna.

- in una distribuzione di dati, se la media è uguale alla mediana, il numero dei dati inferiori alla media è uguale a quello dei dati che superano la media stessa (situazione di simmetria)
- in una distribuzione di dati, se la media è più piccola della mediana, i dati inferiori alla media sono di meno di quelli che superano la media stessa (situazione di asimmetria *vantaggiosa*)
- in una distribuzione di dati, se la media è più grande della mediana, i dati inferiori alla media sono più numerosi di quelli che superano la media stessa (situazione di asimmetria *svantaggiosa*)

Scheda 1 di laboratorio

→ Scegliete tra le nove colonnine quella che, secondo voi, rappresenta meglio tutto l'insieme delle colonnine. Scrivete nella casella qui sotto di quanti mattoncini è fatta



→ Scrivete qui sotto perché avete scelto proprio quella colonnina

→ Se qualcuno del gruppo non era d'accordo può scrivere qui sotto la sua risposta e perché gli sembra migliore

→ Le colonnine hanno lunghezze diverse: però una certa lunghezza ricorre più frequentemente delle altre. Scrivete qui sotto la lunghezza delle colonnine più frequenti:



→ Scrivete qui sotto le lunghezze di tutte le colonnine, in ordine crescente:

--	--	--	--	--	--	--	--	--

→ Smontate le colonnine in modo che vengano sempre nove colonnine, ma tutte della stessa lunghezza. Scrivete qui sotto la lunghezza di una qualsiasi delle colonnine (tanto ormai hanno tutte la stessa lunghezza!)



Scheda 2 di laboratorio

→ Avete visto tre modi diversi di "riassumere" l'insieme di numeri

1 3 3 3 4 7 7 8 9

- la **mediana** dei nove numeri che è 4 infatti 4 è *il numero che sta in mezzo*
- la **moda** dei nove numeri che è 3 infatti 3 è *il numero più frequente*
- la **media** dei nove numeri che è 5 infatti 5 è *il numero che "pareggia tutti"*

Rispondete ora con Sì e No alle seguenti domande:

Se i numeri sono in ordine, dal più piccolo al più grande,	
la mediana si vede subito
la moda si vede subito
la media si vede subito
la mediana è per forza uno tra i numeri assegnati
la moda è per forza uno tra i numeri assegnati
la media è per forza uno tra i numeri assegnati

→ Considerate questo insieme di numeri:

2 2 2 3 5 7 7

la loro mediana è

la loro moda è

la loro media è

→ Considerate questo insieme di numeri:

5 1 6 1 6 3 6

la loro mediana è

la loro moda è

la loro media è

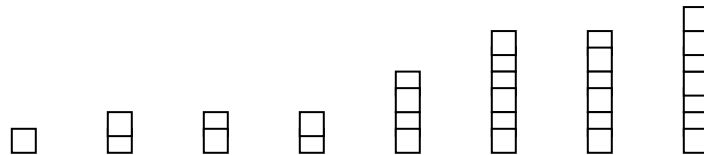
Scheda 3 di laboratorio

→ Non sempre si può trovare la mediana mettendo in ordine le colonnine e scegliendo quella di mezzo. Usando tutti i pezzi che vi sono stati dati formate un insieme di colonnine in cui non è possibile trovare la mediana. Scrivete qui sotto le altezze delle colonnine che avete formato:

.....

La conclusione è che si può trovare subito la mediana solo se il numero delle colonnine è

→ Formate con i pezzi le seguenti colonnine:



Scrivete qui sotto nel riquadro quale "valore di mezzo" dell'altezza scegliereste e il procedimento per individuarlo

mediana procedimento usato
--

Dunque, dato un insieme di numeri, è sempre possibile trovare la mediana:
 se il numero di elementi dell'insieme è pari si procede così:

.....

se il numero di elementi dell'insieme è dispari si procede così:

.....

→ Non sempre si può trovare la moda scegliendo l'altezza più frequente tra le colonnine. Con i pezzi che vi sono stati dati formate un insieme di colonnine in cui non è possibile trovare la moda. Scrivete qui sotto le altezze delle colonnine che avete formato:

.....

La conclusione è che si può trovare la moda solo se tra le colonnine c'è un'altezza che compare

.....

Altrimenti la moda non si può trovare, perché proprio non esiste!

→ Non sempre si può trovare la media smontando e rimontando le colonnine finché non sono tutte "pareggiate".

Con i pezzi che vi sono stati dati formate (usando tutti i pezzi!) un insieme di 8 colonnine. E' possibile trovare la media "smontando e rimontando" le colonnine? Provate e vedrete che la risposta è

Con i pezzi che vi sono stati dati formate ora (usando sempre tutti i pezzi!) un insieme di 6 colonnine. E' possibile trovare la media "smontando e rimontando" le colonnine? Provate e vedrete che la risposta è

La conclusione è che si può trovare la media "smontando e rimontando" solo se il numero di pezzi utilizzati (cioè la somma delle altezze delle colonnine) è per il numero delle colonnine.

→ Occorre allora trovare un metodo diverso per trovare la media, un metodo che "funzioni" sempre.

Torniamo al caso delle colonnine con queste altezze:

1 3 3 3 4 7 7 8 9

La media, ottenuta "smontando e rimontando" era 5.

Provate a trovare lo stesso risultato (cioè 5) lavorando direttamente sui numeri

1 3 3 3 4 7 7 8 9

facendo ... solo due operazioni aritmetiche (scrivetele nel riquadro seguente):

1)

2)

Scheda 4 di laboratorio

→ Avete 28 caramelle da distribuire tra 7 bambini.

Distribuite tutte le caramelle tra i bambini in modo che la mediana sia 5 e scrivete la distribuzione qui sotto:

1° bambino 2° bambino 3° bambino 4° bambino 5° bambino 6° bambino 7° bambino

Riprendetevi tutte le caramelle e procedete a una nuova e diversa distribuzione, in modo, però, che la mediana sia sempre 5. Scrivete la nuova distribuzione qui sotto:

1° bambino 2° bambino 3° bambino 4° bambino 5° bambino 6° bambino 7° bambino

Riprendetevi di nuovo tutte le caramelle e procedete a una nuova distribuzione, diversa dalle due precedenti, in modo, però, che la mediana sia sempre 5. Scrivete la nuova distribuzione qui sotto:

1° bambino 2° bambino 3° bambino 4° bambino 5° bambino 6° bambino 7° bambino

→ Insomma, ci sono tante distribuzioni diverse che danno luogo alla stessa mediana! Conclusione: in una distribuzione di 28 caramelle tra 7 bambini, perché la mediana sia 5 è sufficiente che:

ci sia un bambino che ha esattamente caramelle

ci siano 3 bambini che hanno meno di caramelle

ci siano 3 bambini che hanno più di caramelle

→ Avete di nuovo 28 caramelle da distribuire tra 7 bambini.

Distribuite tutte le caramelle tra i bambini in modo che la moda sia 6 e scrivete la distribuzione qui sotto:

1° bambino 2° bambino 3° bambino 4° bambino 5° bambino 6° bambino 7° bambino

Riprendetevi tutte le caramelle e procedete a una nuova e diversa distribuzione, in modo, però, che la moda sia sempre 6. Scrivete la nuova distribuzione qui sotto:

1° bambino 2° bambino 3° bambino 4° bambino 5° bambino 6° bambino 7° bambino

Riprendetevi di nuovo tutte le caramelle e procedete a una nuova distribuzione, diversa dalle due precedenti, in modo, però, che la moda sia sempre 6. Scrivete la nuova distribuzione qui sotto:

1° bambino 2° bambino 3° bambino 4° bambino 5° bambino 6° bambino 7° bambino

→ Insomma, ci sono tante distribuzioni diverse che danno luogo alla stessa moda! Conclusione: in una distribuzione di 28 caramelle tra 7 bambini, perché la moda sia 6 è sufficiente che:

.....
.....
.....

→ Avete sempre 28 caramelle da distribuire tra 7 bambini.
Distribuite tutte le caramelle a casaccio tra i bambini e scrivete la distribuzione qui sotto:

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1° bambino	2° bambino	3° bambino	4° bambino	5° bambino	6° bambino	7° bambino

Trovate ora la media.

La media è

→ La media dipende da come distribuite ai 7 bambini le 28 caramelle? Scegliete la vostra risposta e spiegate perché l'avete scelta.

Sì, perché

.....
.....

No, perché

.....
.....

→ Avete sempre 28 caramelle da distribuire tra 7 bambini.

Distribuite tutte le caramelle tra i bambini in modo che la media sia 5 e, se ci riuscite, scrivete la distribuzione qui sotto (se non ci riuscite, spiegate perché):

Ci siamo riusciti e la distribuzione è questa:

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1° bambino	2° bambino	3° bambino	4° bambino	5° bambino	6° bambino	7° bambino

Non ci siamo riusciti, perché

.....
.....
.....

→ Distribuite le caramelle tra i bambini nel modo indicato:

2 2 2 3 4 6 9

1° bambino 2° bambino 3° bambino 4° bambino 5° bambino 6° bambino 7° bambino

la mediana è

la moda è

la media è

Provate a togliere 1 caramella a uno dei bambini in modo che la **mediana** non cambi.

E' possibile? sì no

A quale bambino avete tolto la caramella?

Potevate scegliere un altro bambino? sì no

Provate a togliere 1 caramella a uno dei bambini in modo che la **moda** non cambi.

E' possibile? sì no

A quale bambino avete tolto la caramella?

Potevate scegliere un altro bambino? sì no

Provate a togliere 1 caramella a uno dei bambini in modo che la **media** non cambi.

E' possibile? sì no

Scheda 5A di laboratorio

Come avete visto, dalla scheda 4 di laboratorio, la media dipende solo dalla somma dei dati e dal numero dei dati, mentre non dipende dai singoli dati.

Riprendete lo stesso esempio delle 28 caramelle e dei 7 bambini cui distribuirle. La media, come sapete è 4.

1. Aiutandovi con un disegno immaginate di distribuire le caramelle in modo che anche **la mediana sia 4** e indicate la vostra distribuzione qui sotto

<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>
1° bambino	2° bambino	3° bambino	4° bambino	5° bambino	6° bambino	7° bambino

- Quanti bambini mangeranno meno di 4 caramelle e quanti mangeranno più di 4 caramelle?

.....

2. Allo stesso modo scrivete una distribuzione qui sotto nel caso in cui **la mediana sia 3**

<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>
1° bambino	2° bambino	3° bambino	4° bambino	5° bambino	6° bambino	7° bambino

- Quanti bambini mangeranno meno di 4 caramelle e quanti mangeranno più di 4 caramelle?

.....

3. Distribuite infine le caramelle facendo in modo che **la mediana sia 5**. Scrivete la distribuzione qui sotto

<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>
1° bambino	2° bambino	3° bambino	4° bambino	5° bambino	6° bambino	7° bambino

- Quanti bambini mangeranno meno di 4 caramelle e quanti mangeranno più di 4 caramelle?

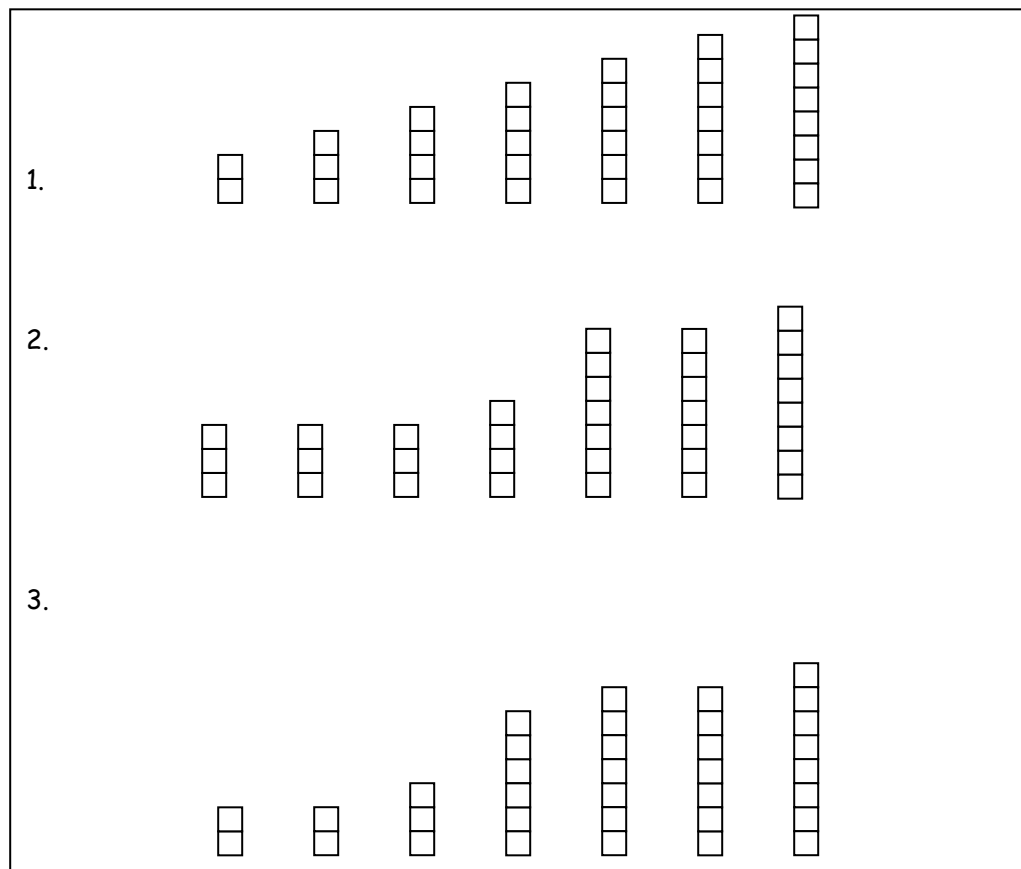
.....

Quali riflessioni potete fare dopo avere esaminato i tre casi proposti?

Rispondete completando le seguenti frasi:

1. Se la media è uguale alla mediana, i bambini che hanno meno di 4 caramelle è al numero dei bambini che hanno più di 4 caramelle
2. Se la media è più grande della mediana, i bambini che hanno meno di 4 caramelle è al numero di bambini che hanno più di 4 caramelle
3. Se la media è più piccola della mediana, i bambini che hanno meno di 4 caramelle è al numero di bambini che hanno più di 4 caramelle

Scheda 5B di laboratorio



1. Osservate la prima distribuzione e calcolate media e mediana:

la media è

la mediana è

I risultati ci dicono che media e mediana

I mattoncini al di sotto della media sono tanti quanti

2. Osservate ora la seconda distribuzione e calcolate media e mediana:

la media è

la mediana è

Quanti sono i mattoncini al di sotto della media?

Quanti sono i mattoncini al di sopra della media?

3. Osservate ora la terza distribuzione e calcolate media e mediana:

la media è
la mediana è

Quanti sono i mattoncini al di sotto della media?.....

Quanti sono i mattoncini al di sopra della media?.....

Dopo avere esaminato i tre casi proposti provate a fare da soli le riflessioni come nella scheda 5A

.....

.....

.....