

IL NUMERO IN PRIMA ELEMENTARE

Ivan Casaglia, Monica Falleri, Mariangela Larini, Antonella Martinucci, Rossana Nencini, Sandra Taccetti, 2007

Il percorso didattico che presentiamo è destinato alla prima classe della scuola elementare e abbraccia le attività intorno al numero che si svolgono in tutto l'arco dell'anno. Si tratta dunque di un percorso lungo e impegnativo, che si propone di porre le basi di conoscenze e competenze che rivestono un ruolo centrale non solo nei percorsi educativi della matematica e delle scienze, ma più in generale nella formazione della cittadinanza. Negli ultimi decenni la didattica del numero ha rappresentato il terreno di convergenza di riflessioni prodotte, in ambito matematico, dalle ricerche sui fondamenti dell'aritmetica e sulla individuazione di uno statuto per i numeri, in ambito psico-pedagogico, dagli studi sull'apprendimento che hanno spesso trovato nei numeri un oggetto privilegiato di osservazione. La scuola ha utilizzato molte delle indicazioni emerse da questo campo di ricerche, e dai numerosi e importanti progetti sull'insegnamento della matematica che quelle ricerche hanno prodotto, talvolta cogliendone l'autentico significato innovativo, talaltra, come spesso accade, ereditando metodi e strumenti di quelle proposte innovative, ma inserendoli in un insegnamento di tipo tradizionale.

Guardando alle proposte sull'insegnamento aritmetico che sono più diffuse nella scuola, a partire da quelle suggerite dall'editoria scolastica di maggiore diffusione, ci sembra che si possano individuare, in modo schematico, i seguenti limiti :

- 1) molto spesso le attività didattiche sul numero, dopo i primi passi, sono svolte in ambiti poco significativi per i bambini, con un taglio definitorio e normativo;
- 2) non c'è continuità nel passaggio dalla manipolazione e dalle attività concrete al livello formalizzato, di modo che l'insegnamento matematico si identifica subito come una *imposizione* di astrazione piuttosto che come una *educazione* all'astrazione;
- 3) le attività didattiche si concentrano su un repertorio limitato di contesti, privilegiando in modo quasi esclusivo l'aspetto della cardinalità;
- 4) alcune delle proposte di percorsi educativi che invece tengono conto della complessità concettuale del numero, sono però caratterizzati, talvolta in modo dichiarato, da una impostazione *eclettica*, nella quale le diverse tipologie di attività, legate ai diversi aspetti del numero, si affiancano senza una chiara identificazione di un percorso di costruzione progressiva dei concetti.

Nel pensare questo percorso siamo partiti dalla convinzione che la ricchezza del concetto di numero debba essere impiegata fino in fondo nell'insegnamento, e in particolare che le attività sull'aspetto cardinale non possano assorbire tutto il lavoro didattico su questo argomento. Non è in discussione l'importanza della cardinalità, perché è evidente che una piena consapevolezza concettuale sui numeri si raggiunge con la padronanza di questo aspetto. Ciò che appare poco convincente è che si trascurino altri importanti significati del numero, con i quali il bambino ha familiarità (anche se non ne ha ancora consapevolezza), che questi diversi aspetti non vengano coordinati tra loro, e infine che la cardinalità venga proposta come il punto di partenza, non come una conquista, peraltro faticosa e difficile, di un processo.

Gli aspetti che concorrono alla costruzione del concetto di numero, almeno nella fase iniziale¹, sono identificabili oltre che nella cardinalità, nella *ordinalità* e nella *ricorsione*. Che i numeri abbiano un aspetto ordinale e un aspetto cardinale, è generalmente riconosciuto, anche per l'uso che si fa di questi termini per distinguere gli aggettivi numerali. Si utilizzano i numeri per *ordinare* gli oggetti di un insieme così come per *contarli*. Di più: quando noi contiamo direttamente un insieme di oggetti non possiamo fare a meno di ordinarli, e il numero che ci è servito per etichettare l'ultimo elemento della sequenza ordinata di oggetti rappresenta la quantità degli oggetti stessi, cioè la cardinalità dell'insieme. Molti autori hanno sottolineato che il concetto di numero naturale trova una sintesi in questa corrispondenza². Ma i diversi tentativi di dare uno statuto ai numeri naturali, condotti tra ottocento e novecento, hanno consentito di acquisire consapevolezza di un ulteriore aspetto che si è rivelato centrale, non solo in

¹Solo più tardi si potrà guardare anche al numero come *misura* e al numero come *codice*.

²Fra questi, in ambito matematico, Federigo Enriques, *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, parte prima, p.238-252.

matematica, ma anche nella moderna scienza dei calcolatori: l'aspetto ricorsivo. In sostanza, per poter *costruire* il sistema dei numeri naturali si ha bisogno di un *punto di partenza*, lo zero, e di un procedimento, che può essere ripetuto indefinitamente, il *passaggio al successivo*, che deve soddisfare alcune regole³. Lo schema della ricorsività può essere facilmente rappresentato, nell'ambito dell'informatica teorica, come una procedura iterativa, nella quale si ripete una istruzione, o una sequenza di istruzioni, e si dispone di una variabile (*contatore*) che inizialmente ha il valore zero e che dopo lo svolgimento di ogni ciclo della procedura, viene incrementato di una unità.

Se insistiamo sui diversi significati del numero non è tanto per la loro importanza epistemologica, quanto per le loro ricadute didattiche. Il bambino familiarizza molto presto con l'elemento ordinale (ordinare è una pratica già presente nel gioco, ed è utilizzata in molti percorsi educativi della scuola dell'infanzia), e con quello ricorsivo (in tutti quei giochi e quelle attività che prevedano la ripetizione di un singolo atto motorio), in modo indipendente e parallelo all'incontro con i numeri. Questi due aspetti costituiscono dunque una via d'accesso privilegiata alla costruzione del concetto di numero, che ci sembra possa essere utilmente percorsa⁴.

Per realizzare un percorso di introduzione ai numeri naturali non è però sufficiente riconoscere la ricchezza e la complessità del concetto di numero, e proporre attività che ne esplorino i diversi significati. Occorre coordinare i diversi aspetti tra di loro, individuando come e quando intervengono nel processo di costruzione dei concetti, e organizzare un itinerario coerente con l'evoluzione di questi significati, facendo emergere, attraverso esperienze graduali, il loro reciproco legame. La struttura che abbiamo dato a questo percorso risponde quindi all'esigenza di individuare una direzione per costruire le conoscenze e le competenze in ambito numerico. Ciò non significa che il percorso debba essere interpretato in modo lineare, come sequenza ordinata. Il passaggio da una tappa ad un'altra non significa infatti l'abbandono delle attività proposte nei segmenti precedenti, che al contrario possono e devono essere riproposte in parallelo alle esperienze che fanno progredire il processo di apprendimento. Purché sia chiara l'evoluzione dei concetti, l'approfondimento e l'ampliamento dei punti di vista, insomma il fatto che ritornare su certe attività debba sempre essere accompagnato da una crescita del livello di consapevolezza.

In ciascuna tappa del percorso abbiamo cercato di proporre quelle esperienze che in contesti significativi per i bambini, consentissero una costruzione consapevole delle conoscenze, cercando di colmare quel divario che ci sembra molto spesso di riscontrare nella didattica del numero, tra l'*agire* nel concreto e la successiva *rivelazione* delle definizioni e delle regole. Per indicazioni metodologiche generali, rimandiamo alle introduzioni di questo volume. La collocazione di questo percorso al primo anno della scuola elementare richiede però qualche osservazione specifica. Nei segmenti iniziali del percorso i bambini non hanno ancora acquisito quelle competenze nella scrittura che consentano di fare ricorso in modo sistematico alla verbalizzazione individuale. Occorre allora una maggiore attenzione nel procedere, prevedendo, se possibile, dei momenti di intervento individuale che permettano di comprendere ciò che il bambino pensa e di stimolare la sua riflessione intorno alle esperienze che gli abbiamo proposto. In secondo luogo occorre una maggiore attenzione per gli aspetti del linguaggio e della simbolizzazione. Da questo punto di vista è importante che l'acquisizione dei termini e dei simboli dell'aritmetica, sia maturato in modo progressivo dai bambini, anche attraverso l'utilizzo di rappresentazioni e di vocaboli che fornicano un ponte tra il loro linguaggio e quello della matematica. A questo proposito merita una precisazione sull'uso delle rappresentazioni dei numeri con le cifre che facciamo nel percorso. Quando i bambini fanno il loro ingresso nella prima elementare, essi hanno già acquisito una certa familiarità con le cifre e una certa competenza nell'associare le cifre ai *nomi* dei numeri. Siamo in generale convinti che i percorsi didattici debbano partire dalle concezioni e dalle conoscenze più o meno spontanee dei bambini, anche per poterle correggere e completare. La conoscenza delle cifre da parte dei bambini non deve essere negata, anzi siamo convinti che essa vada, fin dall'inizio potenziata e allargata, sia attraverso la recitazione della sequenza dei nomi dei numeri e il suo prolungamento, sia attraverso la contestuale proposta dei simboli dei numeri. Dobbiamo però riconoscere che quella rappresentazione simbolica è molto lontana da ciò che essa indica. Affinché le operazioni sui numeri non si riducano, anche solo per una parte dei bambini, ad un puro gioco di segni, privo di significato, proponiamo quindi di utilizzare una rappresentazione simbolica che affianchi temporaneamente quella con le cifre e che consenta un controllo, anche di

³Nella assiomatica proposta da Giuseppe Peano, la costruzione dei numeri naturali si basa sulle seguenti cinque proposizioni fondamentali:

- 1) zero è un numero;
- 2) il successivo di un numero è ancora un numero;
- 3) due numeri seguiti da due numeri uguali, sono uguali;
- 4) il successivo di un numero non è mai uguale a zero;
- 5) se zero gode di una certa proprietà, e se ogni volta che un numero gode di quella proprietà lo stesso accade anche per il successivo, allora ogni numero gode di quella proprietà (*principio di induzione matematica*).

⁴In una prospettiva più generale, l'aspetto ricorsivo offre una ulteriore opportunità: quella di incontrare per la prima volta l'infinito. Se infatti le attività di ordinare e di contare si rivolgono sempre, nelle esperienze concrete, ad insiemi finiti di oggetti, la regola di ricorrenza non ha limiti nel produrre "nuovi" numeri. Anche nella semplice recitazione della sequenza dei nomi dei numeri si avverte che il passaggio al successivo può essere ripetuto senza un termine prefissato

tipo percettivo, sullo svolgimento delle operazioni. Il lavoro sul significato posizionale delle cifre che consente di acquisire la consapevolezza della rappresentazione simbolica che utilizziamo per i numeri, interviene dopo, per essere approfondito e ampliato negli anni successivi.

1. UN INCONTRO CON I NUMERI

1.1 Giochi, filastrocche, conte

Tra le esperienze che conducono il bambino ad incontrare i numeri vi sono quelle legate all'esigenza di tener conto di quante volte, specialmente nel gioco, si ripete un singolo atto motorio. In questo senso il numero si affaccia alla mente del bambino nel suo aspetto *ricorsivo*. Ecco perché riteniamo utile partire da attività di tipo ritmico che, per loro natura, si collocano a cavallo tra la scuola dell'infanzia e la scuola elementare, ma che è comunque necessario riprendere e sviluppare allo scopo di consolidare e allargare quelle competenze che si presentano come preliminari alla costruzione del concetto di numero.

Attività motorie – Portare i bambini in un ambiente spazioso e proporre attività motorie incentrate sul ritmo. Se la classe è troppo numerosa e l'insegnante non riesce a controllare tutti gli alunni conviene dividerla in due o più gruppi che alternativamente dovranno dare o eseguire i comandi. Alcuni esempi di attività :

- Stando fermi, allineati o in cerchio, invitare i bambini ad eseguire semplici gesti (battere le mani, alzare le braccia piegate, tipo ad ali di uccello, ecc.) associando ad ogni gesto un suono (es. sillaba o vocale); ripetere l'esercizio camminando in cerchio o in ordine sparso. Inizialmente proporre un solo gesto e un solo suono e successivamente introdurre più gesti e più suoni, al massimo tre.
- Saltare, prima a piedi uniti poi su di un piede, seguendo un ritmo.
- Far rimbalzare la palla seguendo un ritmo.
- Battere le mani o i piedi, seguendo il ritmo di una canzoncina o di una filastrocca.

Il gioco della campana – Un gioco particolarmente utile è la *campana*: per terra disegna col gesso o con l'aiuto di adesivo colorato il percorso riportato dall'immagine.

In ogni casella è inserito un numero da 1 a 5. Il bambino di turno deve gettare la sua piastrella nella casella numero 1 senza farle toccare i bordi e senza uscire dai limiti. Per riprenderla deve percorrere tutta la campana con una serie di saltelli e tornare indietro. Se avrà effettuato il percorso senza errori potrà lanciare la piastrella nella casella successiva, altrimenti dovrà passare il turno ad un suo compagno. Al rientro in classe ogni bambino disegnerà l'esperienza fatta sul proprio quaderno.

Un seconda *campana*, più lunga della precedente, è quella rappresentata nella seguente immagine.

Conte – Proporre attività individuali utilizzando oggetti facilmente reperibili nella scuola (matite, quaderni, sedie); è importante usare materiali di varie grandezze disposti in modo di volta in volta diverso. Invitare i bambini a toccare ad uno ad uno gli oggetti associando a ciascuno un suono (es. sillaba o vocale). Inizialmente potranno essere usati oggetti di una sola collezione, e poi stimolare l'utilizzo di più collezioni (al massimo tre) da disporre in modo alternato associando a ciascun tipo di oggetto un suono diverso. L'insegnante dovrà gradualmente lasciare la conduzione del gioco ai bambini che potranno scegliere materiali, disposizione nello spazio e associazione dei suoni.

Stimolare l'uso delle conte (*ambarabà ciccì coccò, ...*) facendo bene attenzione ad associare ad ogni sillaba un bambino.

1.2 I nomi dei numeri

Le attività proposte sono finalizzate a consolidare e ampliare le capacità legate al *contare per contare*, cioè a ripetere la *filastrocca* dei numeri, almeno entro un limite accettabile. La riproduzione orale della sequenza dei nomi dei numeri contribuisce a far maturare la consapevolezza dell'aspetto *ricorsivo* del numero e offre l'occasione per

incontrare l'aspetto *ordinale* (il bambino pronuncia i nomi in una precisa sequenza ordinata) e quello *cardinale* (ad ogni passo, pronunciando il nome di un numero, indica anche quanti nomi ha pronunciato fino a quel momento). Dal punto di vista linguistico, la sequenza dei nomi dei numeri, ha delle importanti regolarità⁵; una acquisizione consapevole di queste regolarità potrà, più avanti, facilitare il lavoro condotto sul significato posizionale delle cifre.

La filastrocca dei numeri – Chiedere ad ogni bambino di recitare la sequenza dei nomi dei numeri fin dove la sa, facendo attenzione a eventuali omissioni o esitazioni; avere cura di offrire ai bambini molte opportunità per ripetere la filastrocca dei numeri fino a dove è sufficientemente memorizzata aggiungendovi via via pochi nomi alla volta. Le occasioni per ripetere la filastrocca devono essere varie e numerose: possono essere abbinata all'attività ritmica, al toccare oggetti sia piccoli che grandi, e non spostabili, all'effettuare gesti ripetuti come salire o scendere le scale.

Per memorizzare la sequenza numerica far contare i bambini (uno alla volta) con la richiesta “*Continua da dove è rimasto il tuo compagno*”. Ogni bambino può dire un solo numero o più numeri e ad un segnale stabilito continuerà un altro bambino. Ripetere questo gioco ogni mattina per un tempo limitato.

Il cartellone dei numeri – Il cartellone dei numeri fino a cento, pensato inizialmente come sussidio didattico per far lavorare i bambini con il significato delle cifre, costituisce uno strumento utilissimo anche nelle attività legate alla sequenza dei nomi dei numeri. Attraverso la visualizzazione dei numeri sul cartellone, ogni bambino può consolidare la *filastrocca* dei numeri e spingerla oltre i limiti della propria conoscenza iniziale.

Il materiale necessario per realizzarlo è costituito da 2 quadrati di compensato di 1mx1m, oltre ad un m² circa di velcro. Sul primo quadrato di compensato, che diventerà il cartellone, si disegna una griglia di 100 quadretti di 8 cm di lato ciascuno, su ognuno dei quali verranno scritti i numeri da 0 a 99. Si ritaglierà il velcro in 100 pezzetti, la parte lanosa sarà incollata al centro dei quadretti sul cartellone, la parte uncinata sarà incollata sul retro dei quadratini con le cifre.

Sarà importante pronunciare ad alta voce i nomi dei numeri mentre si appendono sul cartellone, in modo da rinforzare l'associazione visivo-uditiva tra la regola della rappresentazione con le cifre e quella linguistica: ad esempio pronunciando i numeri *venti-due*, *venti-tre* il bambino potrà accorgersi che il 2 (venti) resta costante, mentre cambia solo la cifra relativa alle unità.

Nel far questo è bene procedere con la lentezza necessaria a consentire la memorizzazione dei numeri (o meglio della loro rappresentazione con le cifre) e dei loro nomi da parte di tutti i bambini.

Il calendario che registra le assenze – Progettare e costruire un calendario murale da usare per registrare le assenze mensili dei bambini e delle bambine di classe prima. Si può costruire un calendario che è una tabella a doppia entrata dove nella prima colonna a sinistra verranno posizionati i nomi delle bambine e dei bambini e nella prima riga in alto il numero del giorno.

La presenza verrà segnata con un pallino, l'assenza con una crocetta.

Sopra alla tabella a doppia entrata verranno attaccati, utilizzando il velcro, i nomi dei giorni della settimana e dei mesi dell'anno. In una scatolina a parte verranno inseriti i cartellini dei numeri da uno a trentuno, sempre muniti di velcro. Ogni mattina i bambini sceglieranno il nome del mese assieme al numero e al nome del giorno e lo attaccheranno accanto alla scritta “OGGI E'.....”

L'uso quotidiano del calendario potrà aiutare a:

- memorizzare la sequenza numerica dei numeri e la corrispondente rappresentazione con le cifre;
- utilizzare in maniera sensata lo strumento della tabella a doppia entrata;
- perfezionare l'abilità del contare attraverso il conteggio quotidiano di presenze e

⁵E anche una importante eccezione: le parole *composte* che, nella lingua italiana, indicano i numeri dall'undici al sedici, fanno precedere la parte che indica le unità a quella che indica le decine, invertendo, tra l'altro l'ordine della rappresentazione posizionale con le cifre. Questa eccezione è riconosciuta come un ostacolo nell'apprendimento dei numeri. Dal venti in poi, invece, nel passaggio da una decina all'altra (come poi per le centinaia e le migliaia) la costruzione delle parole è regolare.

assenze.

La staffetta – Per memorizzare la sequenza verbale dei numeri, anche quando non inizia da uno, può essere organizzato un semplice gioco da fare in giardino o in palestra: un bambino con un fazzoletto in mano passa tra i compagni contando lentamente e a voce alta fino a quando cede il fazzoletto ad un altro che, preso il fazzoletto, dovrà continuare a contare da dove era rimasto il compagno. Questo gioco, complicato dal contare avanti e in dietro, potrà essere ripreso a distanza di tempo, anche in classe seconda, basterà dare al bambino non un fazzoletto ma una bacchetta da un lato blu e dall'altro rosso e inserire la regola “*vai avanti se riceverai la bacchetta dal lato blu, vai indietro se riceverai la bacchetta dal lato rosso*”. Il gioco può essere fatto ad eliminazione e se la classe è troppo numerosa possono essere organizzati due gruppi che giocano distintamente e in contemporanea.

1.3 Imparare a contare

Il passo successivo al *contare per contare* è il contare oggetti, azioni, persone. Si tratta certamente di un passaggio molto delicato perché si incontrano i tre aspetti del numero naturale (ricorsivo, ordinale e cardinale) che interagiscono tra loro. Nel contare degli oggetti il bambino deve *organizzare* dal punto di vista percettivo gli oggetti, metterli in fila (e quindi *ordinarli*), coordinando questa attività con la riproduzione della sequenza verbale dei numeri. Le difficoltà nel contare hanno origine in questo coordinamento: contare bene significa essere capaci di mettere in corrispondenza biunivoca i singoli oggetti con i nomi dei numeri, senza quindi trascurare nessun oggetto e senza considerare uno stesso oggetto più volte.

Il tesoro del Capitano Numerone – Per avere una grande varietà di materiale, chiedere ai bambini di portare a scuola piccoli oggetti, specificando che ce ne dovrà essere una certa quantità per tipologia (es. non un bottone ma alcuni bottoni). Organizzare un'attività in cui ciascuno presenti ciò che ha portato: i bambini seduti in cerchio con il proprio sacchetto mettono a turno, nel centro, i loro oggetti. Quando avremo raccolto numeroso materiale si presenterà la necessità di fare un po' di ordine. Chiedere come fare per organizzare il materiale in modo da poterlo conservare e usare con più facilità. Alcuni proporranno di metterlo in contenitori: c'è chi vorrà un contenitore per ogni bambino (con dentro le cose che ha portato da casa), c'è chi vorrà un contenitore per ogni tipologia di oggetti. Fare notare come la prima soluzione non porta a niente di nuovo, ciascun bambino è arrivato con il proprio sacchetto e con questo rimane, mentre nel secondo caso avremo a disposizione della classe molto materiale e tutti potranno giocarci liberamente e operare su indicazione dell'insegnante.

Prendere dei contenitori a cui verrà apposto un cartellino con su scritto la tipologia dell'oggetto e invitare i bambini che presentano il loro materiale a inserirlo al posto giusto; tutte le volte che si presenta una nuova tipologia preparare un nuovo contenitore.

Al termine dell'attività avremo sette o otto contenitori con una grande quantità e varietà di oggetti che potremo decidere di chiamare *Il tesoro del Capitano Numerone*. I contenitori di oggetti saranno gli *scrigni* del tesoro. Chiedere ai bambini di disegnare sul quaderno come risulta suddiviso il materiale.

Scegliere una qualunque delle scatole in cui è stato riposto il materiale, ad esempio la scatola delle noci; e chiedere ai bambini di *contare* le noci presenti nella scatola (inizialmente gli oggetti da contare non dovranno essere più di quindici!). I bambini procederanno individualmente nell'attività del *contare* e proporranno varie modalità per farlo senza sbagliare, cioè senza confondere le noci già contate con quelle ancora da contare: ci sarà chi toglie le noci dalla scatola, chi cerca di separare le noci già contate con quelle da contare, ecc. Lasciare i bambini liberi di procedere per tentativi ed errori in modo che acquisiscano la consapevolezza che è importante seguire un *metodo per contare* con correttezza. Sul quaderno individualmente ogni alunno riporterà la documentazione dell'esperienza seguendo queste fasi:

- 1) copia dalla lavagna le seguenti scritte: *CONTIAMO OGGETTI – LA SCATOLA DELLE NOCI*;
- 2) disegno della scatola con le noci dentro;
- 3) copia dalla lavagna della seguente frase: *LEVO LE NOCI DALLA SCATOLA E CONTO*;
- 4) disegno della scatola vuota e delle noci fuori;
- 5) copia dalla lavagna della frase: *LE NOCI SONO QUINDICI*.

E' necessario stimolare per tempo i bambini ad usare quegli accorgimenti che prima o poi tutti adottano per contare collezioni di oggetti piuttosto numerose:

- se gli oggetti sono mobili, spostarli via via che sono stati contati
- se sono grandi e fissi applicarvi un segnale
- allinearli, se possibile, in modo da contare il primo e procedere con ordine
- se si tratta di disegni, spuntarli con una matita e procedere con ordine dall'alto verso il basso o da destra verso sinistra.

2. LA COSTRUZIONE DELLA CARDINALITÀ

2.1 La conservazione del numero

Per fare emergere la consapevolezza che il risultato del contare gli oggetti di un insieme è una proprietà dell'insieme stesso (la sua *cardinalità*), è necessario liberare l'esito della procedura seguita non solo dalle caratteristiche accessorie degli oggetti (forma, dimensione, colore, ecc.) ma soprattutto dalla loro collocazione nello spazio. Negli studi di Piaget, la consapevolezza che il numero degli oggetti di un insieme non dipende dalla loro configurazione, la *conservazione del numero*, emerge con il passaggio dalla fase *preoperatoria* a quella *operatoria concreta*, collocato intorno ai 7/8 anni. È del tutto naturale aspettarsi che all'ingresso nella scuola primaria i bambini possano non avere ancora acquisito questa nozione. L'esperienza degli insegnanti mostra inoltre che questa consapevolezza, viene acquisita in modi e in tempi molti diversificati da bambino a bambino.

Le attività da proporre alternano quindi momenti collettivi a momenti personalizzati, e sono articolate in tre passi:

- contare una collezione di oggetti;
- modificarne la disposizione nello spazio;
- porre il problema di quanti siano gli oggetti dopo la trasformazione effettuata.

I bambini che non riconoscono che la quantità è rimasta la stessa devono essere invitati a contare di nuovo, e a ripetere esperienze analoghe.

Le attività del contare devono sempre essere verbalizzate: l'insegnante deve stimolare i bambini a descrivere ciò che stanno facendo e soprattutto a spiegare i perché delle loro risposte. Per ciascuna tipologia di attività pratica può essere richiesta la trascrizione sul quaderno, scegliendo gli esempi più significativi da rappresentare graficamente.

Vediamo una di queste attività in modo più dettagliato.

I bicchieri – Chiedere ai bambini di disporsi in cerchio, seduti a terra o sulle loro sedie e porre al centro del cerchio otto bicchieri di plastica situati in poco spazio, cioè molto vicini l'uno all'altro. Invitare uno o più bambini del gruppo a contarli esplicitando a voce la strategia usata per *contare bene* senza rischio di contare due volte lo stesso bicchiere. Allontanare i bicchieri l'uno dall'altro in modo da ottenere una diversa disposizione e chiedere ad alcuni bambini individualmente "e ora secondo te quanti sono?". Invitare i bambini a motivare la loro risposta. Proporre di ricercare altre disposizioni degli otto bicchieri (in fila, a torre, ecc.) e contare in modo da verificare che sono sempre otto. Sul quaderno i ragazzi possono disegnare almeno due diverse disposizioni della piccola collezione di bicchieri e scrivere copiando dalla lavagna: I BICCHIERI SONO OTTO. Ripetere lo stesso gioco con altri oggetti fra quelli portati a scuola dagli alunni: nocchie, pupazzi, tappi, ecc.

Non usare (almeno inizialmente) più di dieci oggetti.

2.2 Il confronto di quantità

Un ulteriore sviluppo dell'aspetto cardinale del numero è fondato sul confronto tra due insiemi; la cardinalità si presenta ora come proprietà comune a insiemi diversi. Per fare emergere questa proprietà occorre stabilire se è possibile mettere in corrispondenza biunivoca i due insiemi. Non è invece necessario procedere ad una precoce e inutile formalizzazione dei simboli e dei concetti della teoria degli insiemi. Questa teoria costituisce infatti l'orizzonte di riferimento per l'insegnante, ma non è auspicabile una sua esplicitazione ai bambini. In alcune delle attività che descriviamo torna il tema della conservazione del numero: in questo contesto questa nozione si allarga fino a riconoscere che il risultato del confronto tra due insiemi non dipende dalla particolare configurazione dei loro oggetti.

Il gioco delle sedie – Disporre al centro dell’aula alcune sedie (allineate oppure sparse, in cerchio, vicine, lontane, ecc.); variare il numero delle sedie e ogni volta chiedere ad un bambino, individualmente, di far sedere alcuni dei suoi compagni sulle sedie, in modo da occuparle tutte. Chiedere ai bambini: “*Sono di più le sedie , sono di più i bambini o ci sono tante sedie quanti sono i bambini?*?”. Proporre di disegnare sul quaderno una delle esperienze vissute scrivendo poi tramite copia dalla lavagna: C’E’ UNA SEDIA PER OGNI BAMBINO.

Il gioco prosegue dividendo la classe in gruppi, ad esempio, di otto bambini. Disporre otto sedie nel mezzo della palestra e chiedere ai bambini di sedersi. Al battito delle mani dell’insegnante i bambini possono correre nello spazio libero della palestra. Mentre i bambini corrono una sedia viene tolta; quando l’insegnante smette di battere le mani , i bambini possono di nuovo sedersi sulle sedie che non saranno più otto ma sette, lasciando un bambino in piedi. Ripetere il gioco in modo che tutti gli alunni abbiano l’opportunità di parteciparvi.

Disegnare sul quaderno la situazione vissuta in palestra con uno o più bambini senza sedia su cui sedere scrivendo tramite copia alla lavagna: I BAMBINI SONO DI PIU, LE SEDIE SONO DI MENO.

Tanti/Quanti – Chiedere ai bambini di disporsi in cerchio, seduti a terra o sulle sedie e disporre al centro del cerchio cinque pupazzi e cinque noci, affiancati in questo modo:

P	N
P	N
P	N
P	N
P	N

Chiedere ai bambini: “*Sono di più i pupazzi?*”, “*Sono di più le noci?*”, “*Sono tanti quanti?*”
 Discutere assieme sulle loro risposte. Cambiare la disposizione degli oggetti, disponendoli, ad esempio così:

P	N
P	N
P	N
P	N
P	N

e riproporre le stesse domande. Discutere con loro perché riconoscano che i due insiemi hanno la stessa quantità di oggetti indipendentemente dalla loro disposizione.

Costruire insieme con la stessa quantità di elementi – Prendere due sacchetti trasparenti, uno stretto e lungo e l’altro largo e corto, e una grande quantità di oggetti tutti uguali, per esempio tappi; ad un segnale dell’insegnante un bambino metterà un tappo in un sacchetto e contemporaneamente un altro bambino metterà un tappo nell’altro sacchetto; dopo un po’ si chiede “*dove ci saranno più tappi?*” Quando tutti avranno dato una risposta si chiede il perché; si può continuare ad aggiungere tappi e dopo ripetere la domanda. Verificare che i due insiemi hanno la stessa quantità di elementi. Questa attività può essere ripetuta più avanti, e in classe seconda; i tappi potranno essere sia aggiunti che tolti e non solo ad uno ad uno ma anche a piccoli gruppi.

2.3 Contare con le mani

Più che una tappa del percorso l’uso delle mani per contare costituisce una pratica da proporre in modo costante nelle tappe successive. Si può introdurre a partire da questo momento nel contare oggetti, persone, azioni, ma più avanti potrà essere utilizzato per indicare i numeri e per svolgere le prime operazioni su di essi. Come è stato giustamente osservato a proposito del contare con le mani :

*“Riteniamo utile che i bambini adoperino le mani a cui possono riferirsi come ad un abaco portatile particolarmente efficace. La mano con tre dita alzate contiene molta più informazione di tre pallini disposti in modo anche ordinato sul tavolo o sul foglio. Infatti essa presenta anche le due dita abbassate.”*⁶

Nella prossima tappa del percorso avremo modo di vedere un importante sviluppo dell'uso delle mani nella direzione della rappresentazione simbolica dei numeri. Quello che però è bene sottolineare da subito è che questa pratica deve affiancare altre attività e altre rappresentazioni, non essere quella prevalente. In ogni caso essa ha una valenza solo temporanea e deve essere progressivamente sostituita da rappresentazioni più formalizzate dei numeri e delle operazioni, e da strumenti di calcolo con maggiori potenzialità.

Le attività che proponiamo sono di breve durata ed hanno un carattere prevalentemente ludico; possono essere svolte contemporaneamente ad altri segmenti del percorso, in momenti di pausa dopo attività particolarmente impegnative o per completare le ore di lezione.

Contare con le mani – Organizzare attività di gruppo per contare con le dita le battute delle mani o altri suoni; al termine di ogni conteggio (fatto contemporaneamente da tutti) un bambino dovrà mostrare la posizione delle mani e dire il numero ottenuto.

La signora e gli starnuti – Inventare brevi storie da drammatizzare in cui sia necessario contare con le mani, come per esempio:

una strana signora ha l'abitudine di andare sotto le finestre a contare gli starnuti

I bambini a turno interpretano i personaggi delle storie e contano con le mani. Invitare i bambini a rappresentare sul quaderno la storia facendo in modo che si evidenzino le quantità.

2.4 Una rappresentazione simbolica del numero

I bambini che frequentano la prima elementare hanno generalmente una conoscenza delle cifre maturata nei percorsi educativi della scuola dell'infanzia o nelle esperienze della loro vita quotidiana. Tuttavia le loro competenze nel riconoscimento della rappresentazione simbolica dei numeri non sono omogenee: alcuni bambini conoscono solo le cifre, altri padroneggiano la rappresentazione di numeri anche oltre il dieci. In molti casi si tratta però di una semplice associazione tra le cifre, o la rappresentazione simbolica, e i nomi dei numeri corrispondenti. Il lavoro da fare per collegare i numeri alla loro rappresentazione con le cifre, è dunque molto impegnativo. Seguendo alcune indicazioni⁷ che si sono confermate utili ed efficaci, abbiamo ritenuto di servirci di una rappresentazione dei numeri (entro il dieci) che costituisse un ponte tra schemi essenzialmente percettivi e rappresentazione simbolica vera e propria. Si tratta delle configurazioni numeriche presenti nelle tessere del domino o nelle facce del dado, ampiamente utilizzati nella didattica del numero fondata su una impostazione legata alla percezione. L'utilizzo dei pallini neri (●) consente di rappresentare degli oggetti senza doverne riprodurre le attribuzioni percettive, e quindi costituisce di per sé un significativo passaggio di astrazione. Ma ciò che è più importante è che in queste configurazioni ogni numero è rappresentato da una uguale quantità di pallini neri in un preciso schema ordinato, per cui la corrispondenza non è solo quantitativa: quella configurazione è una prima rappresentazione simbolica del numero. La ricchezza e l'efficacia di questi schemi sta tutta nella loro ambivalenza, nell'essere contemporaneamente quantità e simbolo, e quindi nel poter essere utilizzati anche per operare con i numeri, mantenendo un controllo percettivo sulle quantità. Ne vedremo successivamente uno sviluppo importante legato all'*abaco orizzontale* (v. par.4.2).

Un aspetto da sottolineare è che questa rappresentazione dei numeri si presenta come uno sviluppo del modo di indicare i numeri con le mani. Ciascuna tessera del domino ha infatti cinque pallini, tanti quante le dita della mano; ai pallini neri corrispondono le dita alzate mentre a quelli bianchi le dita abbassate.

Il dado – Costruire con del cartoncino bristol colorato un dado con le facce di un dm² (la costruzione ovviamente verrà fatta dall'insegnante). Il dado deve rappresentare i numeri da uno a cinque, in modo da possedere una faccia vuota, che prepara l'introduzione dello zero. Sulle facce del dado i numeri saranno rappresentati da pallini neri, secondo gli schemi ordinati presenti nelle tessere del domino.

Assieme ai bambini giocare a prevedere il numero che verrà o a leggere il numero senza contare i pallini neri.

⁶ In J. Bickel – A. Bruschi – M. Loporatti, *Conto e ragiono senza problemi*, Belforte & C. Editori (2000)

⁷ Bickel e altri, *op. cit.*

Chiedere ai bambini di disegnare sul quaderno le facce del dado in modo da aiutarli a memorizzare la forma degli schemi ordinati.

Il Gioco dell'Oca – In un grande spazio (palestra, corridoio,.....), utilizzando i cerchi dell'attività motoria, costruire un percorso con una partenza e un arrivo. Nei cerchi inseriamo alcuni simboli tipici del gioco dell'oca, corrispondenti a delle istruzioni: *oca* – per raddoppiare, *semaforo* – per stare fermi un giro, *freccia* – per tornare indietro. Dividere la classe in squadre di quattro o cinque bambini ed organizzare un piccolo torneo: i bambini useranno il dado precedentemente costruito e si sposteranno sul percorso. La rappresentazione visiva fornita dal dado è semplice e immediata e i bambini, generalmente, saranno in grado di leggere il numero senza dover contare i pallini anneriti. Forse qualche bambino riuscirà a capire dove si arriva, ancora prima che si siano fatti i passi all'interno del percorso o a fare previsioni prima dei lanci: “*Se fa tre va al semaforo*”, “*Speriamo di fare 4 così troviamo l'oca*”.

Fatto il gioco e tornati in classe chiedere ai bambini di rappresentare con il disegno l'attività svolta.

E' necessario riprendere più volte il gioco come attività ludica da fare nei ritagli di tempo, utilizzando una scheda (meglio di formato A3) in cui è rappresentato il percorso.

Dare una scheda a ciascun bambino e farlo giocare in classe utilizzando il solito dado e dei segnaposti da spostare nel percorso. E' importante stimolare attraverso domande una discussione significativa: “*Quanto dovrebbe uscire per ...?*”, “*Per saltare il gambero dovrete fare almeno ...*”, ecc.

3. LA COSTRUZIONE DEI PRIMI NUMERI

3.1 I numeri cardinali da uno a cinque

Nelle attività che seguono il numero, nel suo aspetto cardinale, viene visto come la proprietà comune agli insiemi equipotenti di oggetti, senza però appesantire questa nozione, come abbiamo avuto già modo di sottolineare, con la terminologia e i concetti della teoria degli insiemi. In questo lavoro si intrecciano e si collegano le diverse attività del contare gli oggetti, del confrontare insiemi e del rappresentare i numeri, che scaturiscono dalla necessità di organizzare una collezione di oggetti. Anche dal punto di vista della rappresentazione simbolica, le cifre cominciano ad indicare i numeri e non solo, come era avvenuto fino a questo momento, a rappresentare dei segni per i nomi dei numeri.

Il lavoro procede con gradualità e, in questa prima tappa, lavoriamo sulla cardinalità da uno a cinque.

Facciamo ordine nel tesoro del Capitano Numerone – Dare a ciascun bambino un po' di oggetti presi dai vari contenitori (*scrigni*), facendo in modo che ciascun bambino abbia tre o quattro tipologie di materiale con collezioni variabili da uno a cinque oggetti. Chiedere a ciascun bambino individualmente di fare ordine, utilizzando dei sacchetti trasparenti.

I bambini divideranno di nuovo gli oggetti per tipologie mettendo il materiale nei sacchetti.

Ciascun bambino dovrà rappresentare sul quaderno i propri sacchetti facendo attenzione al numero di oggetti in essi contenuti.

Predisporre un'attività, meglio se in cerchio, in cui i bambini possono confrontare le quantità contenute nei propri sacchetti con quelle dei compagni in modo da formare gruppi di sacchetti con la stessa quantità di oggetti.

Preparare delle scatole nelle quali inserire i sacchetti con lo stesso numero di oggetti (equipotenti). Attaccare su ogni scatola un cartellino che riporti la cifra corrispondente alla quantità di oggetti nei sacchetti e, da una parte, la rappresentazione sulla faccia del dado.

Le scatole così costruite prenderanno il nome di *scatola dell'uno*, *scatola del due*, ecc.

Utilizzando i sacchetti contenuti nelle scatole dei numeri, dare a ciascun bambino un sacchetto contenente da uno a cinque oggetti con la richiesta *Disegna e metti la faccia del dado*. Ripetere l'esercizio, scambiando i sacchetti.

Giocando col dado – Chiedere ai bambini *Lancia il dado e disegna gruppi*; i bambini, a turno, lanciano il dado e indicano con le dita il numero ottenuto; sul quaderno viene disegnata la faccia uscita e uno o più gruppi di oggetti di uguale valore.

In questo gioco si presenterà il problema di quale gruppo di oggetti disegnare in corrispondenza della faccia vuota. Conviene seguire le osservazioni dei bambini senza tuttavia forzarle verso una formalizzazione del concetto di insieme vuoto, che non riteniamo utile. SI tratta comunque di un passaggio importante perché la discussione che può nascere intorno a questo caso prepara il terreno all'introduzione dello zero, a cui è dedicato uno dei paragrafi successivi.

Consegnare ai bambini una scheda in cui siano riportati [le cifre arabe da 1 a 5] i nomi dei numeri da uno a cinque e chiedere loro di disegnare accanto a ciascun vocabolo la faccia del dado corrispondente e uno o più sacchetti di oggetti (tratti dalle scatole) contenenti la quantità indicata dal vocabolo.

3.2 Le prime operazioni : aggiungere e togliere

Nelle attività che seguono i bambini incontrano le operazioni di addizione e sottrazione; in questo primo avvicinamento conviene procedere in modo graduale anche sul piano del linguaggio, perché ciascun bambino possa giungere alla successiva formalizzazione delle operazioni dopo avere utilizzato temporaneamente termini che abbiano un significato più immediato e familiare.

Aggiungo – ottengo – Proporre ai bambini di scegliere un sacchetto fra quelli inseriti nelle scatole da 1 a 4 e chiedere loro di contare gli oggetti che vi sono contenuti. Aprire il sacchetto e AGGIUNGERE ancora 1 oggetto. Proporre di contare di nuovo gli oggetti contenuti nel sacchetto esplicitandone il numero. Procedere così con le diverse quantità contenute nei sacchetti a disposizione.

Rappresentare sul quaderno l'attività svolta con i ragazzi disegnando prima i sacchetti e poi le facce del dado.

Periodicamente proporre ai bambini attività di rinforzo: disegnare sulla lavagna o direttamente sul quaderno dei bambini o su scheda delle situazioni del tipo “ ... AGGIUNGO ... OTTENGO ... “ sia con il disegno degli oggetti che con la loro rappresentazione simbolica come sulle facce del dado. Ogni bambino individualmente sul quaderno disegnerà la quantità di palline o di oggetti che si ottengono. Si proporrà sia l'aggiunta di un solo oggetto che di più oggetti purchè il risultato finale non superi la quantità cinque. Sotto al disegno delle palline o degli oggetti è opportuno riportare la cifra araba.

Quanto manca per arrivare a.....? Consegnare ad ogni alunno un cartoncino che riporti la faccia del dado che equivale a 5, con le palline bianche, non colorate di nero, e proporre ai ragazzi il seguente gioco: “*Metto un tappo sopra una pallina della faccia del dado, quanti tappi mi mancano per arrivare a tre?*”, e ancora “*Metto due tappi sulla faccia del dado, quanti tappi mi mancano per arrivare a 3?*”, ecc.. Sul quaderno rappresentare la faccia del dado che vale cinque colorando di rosso i pallini che rappresentano il numero di partenza e colorando di un altro colore i pallini che rappresentano i tappi che sono stati aggiunti per arrivare a 3, a 4, a 5, a seconda della quantità presa in considerazione.

Tolgo – ottengo – Proporre ai bambini di scegliere un sacchetto fra quelli inseriti nelle scatole da 1 a 4 e chiedere loro di contare gli oggetti che vi sono contenuti. Aprire il sacchetto e TOGLIERE 1 oggetto. Proporre di contare di nuovo gli oggetti contenuti nel sacchetto esplicitandone il numero. Procedere così con le diverse quantità contenute nei sacchetti a disposizione. Rappresentare sul quaderno l'attività svolta con i ragazzi nello stesso modo in cui abbiamo rappresentato AGGIUNGO – OTTENGO.

3.3 Il numero zero

L'introduzione del numero zero costituisce un passaggio importante e delicato nella costruzione del sistema dei numeri naturali, che non deve essere sottovalutato. Intorno allo zero si impongono due esigenze contrastanti. Da un

parte lo zero è indispensabile per adottare la rappresentazione simbolica dei numeri basata sul significato posizionale delle cifre⁸, e da questo punto di vista, perché poi lo si possa riconoscere e utilizzare con sicurezza, occorre che esso sia pensato, il più presto possibile, come un numero della stessa *natura* degli altri. Dall'altra parte, come la stessa storia dello zero⁹ ci dovrebbe suggerire, esso non si affaccia in modo spontaneo al pensiero numerico, ma rappresenta una conquista lenta e faticosa. Se guardiamo infatti ai diversi aspetti del numero che abbiamo fin qui preso in considerazione possiamo osservare :

- che nell'ordinare non c'è alcun bisogno dello zero, e la sequenza dei numeri ordinali comincia infatti con *primo*, cioè con uno;
- che nell'aspetto ricorsivo lo zero può presentarsi solo come *punto di partenza* (è il caso del *via* nel *gioco dell'oca*), ma è molto difficile che si possa avvertire l'esigenza di esprimerlo¹⁰;
- che riguardo all'aspetto cardinale, che inizialmente si manifesta nel contare gli oggetti di una collezione data, il problema dello zero non si pone neppure: a nessuno può venire in mente di contare degli oggetti se non ci sono.

Sotto qualunque aspetto si guardi al numero naturale, dunque, lo zero non costituisce una necessità immediata né uno sviluppo *naturale* dei numeri finora considerati. Proprio per questo la sua introduzione non può essere sottovalutata.

Lo zero può essere introdotto con riguardo alla cardinalità, purché questo non avvenga partendo dalla presentazione dell'insieme vuoto, come alcune proposte didattiche, coerenti con l'impostazione insiemistica, tendono a fare. L'insieme vuoto costituisce infatti un concetto ancora più lontano dall'esperienza del bambino di quanto non sia quello dello zero. Esso identifica infatti una situazione, l'assenza di oggetti, che non è avvertita come omogenea alle altre, tutte accomunate dalla presenza di oggetti¹¹, anche se in numero diverso. Questa impostazione conduce inoltre a presentare lo zero come un *dato*, mentre è importante che al concetto di zero si giunga in un contesto significativo, come risposta ad una situazione problematica.

Tolgo e costruisco lo zero – I bambini, nel gioco precedente, hanno già sperimentato l'esperienza del sacchetto privo di oggetti, quando hanno tolto un oggetto dal sacchetto dell'uno. Ora riproponiamo esperienze simili con tutti gli altri sacchetti; lavoriamo così : “*Quale sacchetto vogliamo prendere ora?*”.....”*Prendiamo un sacchetto dalla scatola del 3*”.....”*Cosa succede se togliamo da questo sacchetto i tre oggetti che vi sono contenuti?*”..... “*Ora prendiamo un sacchetto dalla scatola del 4*”.....e così via. Si otterranno in questo modo diversi sacchetti vuoti per cui è necessario costruire una nuova scatola che chiameremo *scatola del numero zero*; su di essa attaccheremo la faccia vuota del dado e la cifra araba. Ai bambini chiederemo di disegnare la *scatola dello zero* piena di sacchetti vuoti, perché da essi sono stati tolti tutti gli oggetti che c'erano. Successivamente, proporremo di aggiungere lo zero alla linea dei numeri.

3.4 La retta dei numeri

Nell'ambito dei numeri che abbiamo introdotto fino a questo punto, proponiamo la costruzione della retta numerica. La rappresentazione dei numeri sulla retta e, più tardi, l'interpretazione geometrica delle operazioni che essa consentirà, costituiscono strumenti concettuali molto importanti per far sì che ciascun bambino metta a fuoco, progressivamente, una *immagine mentale* adeguata del sistema dei numeri naturali.

Nella rappresentazione dei numeri sulla retta prevalgono l'aspetto ordinale e quello ricorsivo, e lo zero trova una sua interpretazione anche riguardo a quest'ultimo aspetto. In particolare il muoversi sulla retta di un passo in avanti traduce, anche in termini intuitivi, la regola costruttiva dei numeri naturali rappresentata dalla ricorsione.

⁸ Anche dal punto di vista storico, lo zero ha fatto la sua comparsa con quelle civiltà che hanno formulato un sistema di numerazione posizionale.

⁹ Nell'Europa occidentale esso si è affermato con l'introduzione della numerazione araba (che gli arabi avevano, a loro volta, importato dall'India) cioè intorno al XIII secolo. Molto tardi rispetto ad altre conquiste del pensiero matematico, che avevano trovato già nella civiltà greca il loro compimento.

¹⁰ Se, nell'esempio del gioco dell'oca, il *via* è la linea di partenza (lo start) esso ha una natura diversa rispetto a quella delle caselle. Se invece il *via* si rappresenta come una casella, esso può benissimo essere indicato col numero uno. La difficoltà si presenta solo allorché ci si renda conto che, con questa scelta, il numero che contraddistingue la casella non coincide con il numero di passi fatti, a partire dal *via*, per raggiungerla. Una delle difficoltà maggiori che si incontra nel coordinamento tra aspetto ordinale e aspetto cardinale è proprio dovuto al fatto che dal punto di vista ordinale si comincia con uno (primo, secondo, terzo,....), mentre dal punto di vista cardinale si comincia con zero (0,1,2,...). Le discussioni che hanno accompagnato l'anno 2000, su dove si dovesse collocare la fine del secondo millennio, avevano la loro origine proprio in questa difficoltà.

¹¹ Una occasione per discutere intorno all'insieme vuoto è quella che abbiamo segnalato in *Giocando col dado*, p.12. Si tenga presente che anche in quel contesto il problema era sollecitato da una simbologia, quella delle facce del dado, tutt'altro che spontanea.

La prima retta dei numeri – Portare a scuola cinque cartoncini colorati di dimensioni A4 su cui siano state disegnate le cifre da 0 a 5 e (in un angolo) la faccia del dado corrispondente. Invitare i bambini a *mettere in ordine* i cartoncini colorati. I bambini non avranno difficoltà a disporli nell'ordine crescente. Attaccare le cifre così ordinate alla parete o appenderle ad una cordicella opportunamente sistemata in un angolo dell'aula e, poi, proporre ai bambini di disegnare sul quaderno *i numeri messi in ordine*.

Disegnare sul pavimento dell'aula con del nastro adesivo colorato delle caselle di uguali dimensioni, sufficientemente grandi perché il bambino o la bambina possano starvi sopra in piedi; su ogni casella disegnare in un angolo il numero corrispondente. Chiedere ai bambini di muoversi lungo tale linea passando da una casella all'altra, senza uscire dal percorso, secondo una delle seguenti regole: fare un passo avanti, due passi avanti, tre passi avanti ..., contandoli ad alta voce; fare un passo indietro, due passi indietro, ecc. . Invitare i bambini, man mano che fanno i passi, a leggere i numeri che incontrano.

La realizzazione del gioco sulla linea dei numeri disegnata a terra, sarà contemporanea alla rappresentazione grafica del gioco stesso sul quaderno dove verrà disegnata la stessa linea e dove verranno segnati i passi con l'uso di frecce.

4. COMPLETIAMO LA DECINA

4.1 I numeri dal sei al nove

Completiamo l'introduzione dei numeri corrispondenti alle cifre, in modo diverso rispetto a quello che abbiamo adottato in precedenza. Ora infatti costruiamo i numeri dal sei al nove, direttamente sulla retta numerica, indicando il passaggio da una postazione all'altra con una freccia. Per la rappresentazione dei numeri con le facce del dado, occorrerà affiancare due di queste facce. La successiva costruzione delle scatole (del sei, del sette,...), in continuità con quanto già fatto per i numeri da zero a cinque, costituirà una attività di consolidamento sull'aspetto cardinale.

La linea dei numeri fino a 9 – Inserire nella linea dei numeri costruita sul pavimento le caselle del 6, 7, 8, 9 e chiedere ai bambini di disegnarla sul quaderno; giocare a spostarsi sulla linea del pavimento facendo passi avanti e indietro e rappresentando contemporaneamente sul quaderno, con l'uso di frecce, i passi realmente eseguiti.

Preparare dei fogli di carta colorati (formato A4) e disegnare su di essi le cifre: 6, 7, 8, 9. Attaccare sui fogli colorati, in basso, dei cartellini bianchi che riportino le facce del dado corrispondenti alle cifre. Appendere i numeri così rappresentati, in ordine crescente, alla cordicella tesa nell'aula assieme alle cifre dei numeri da zero a cinque. Invitare i bambini a disegnare sul quaderno la cordicella con i numeri da 0 a 9.

Le scatole dei numeri – Invitare i bambini a prendere due sacchetti da due diverse scatole dei numeri già costruite (quelle da uno a cinque), e a travasarne il contenuto in un unico sacchetto. Chiedere ai bambini di contare il numero di oggetti contenuti nel sacchetto ottenuto e invitare a mettere in una stessa scatola i sacchetti con la stessa quantità di oggetti. Attaccare su ogni scatola un cartellino che riporti la cifra corrispondente alla quantità di oggetti nei sacchetti e due facce del dado: quella che vale 5 più quella che vale 1 per la scatola del 6; quella che vale 5 più quella che vale 2 per la scatola del 7...e così via.

Dare ai bambini la consegna di disegnare sul quaderno le scatole dei numeri appena costruite.

4.2 L'abaco orizzontale

L'abaco di cui proponiamo la costruzione ci è stato suggerito dalla lettura del libro di Jacqueline Bickel ed altri¹², e dalla condivisione delle considerazioni che l'accompagnano. Dalla rappresentazione dei numeri sull'abaco, che

¹² Bickel ed altri, *op.cit*

utilizza la simbolizzazione già introdotta con le facce del dado, i bambini ricavano molte informazioni, come già accadeva nell'uso delle mani : i pallini neri rappresentano le dita alzate, mentre quelli bianchi le dita abbassate. Questo aiuterà, in futuro, le attività sulle coppie additive, che costituiscono un importante strumento concettuale per il calcolo. Nello svolgimento delle operazioni, come abbiamo già avuto modo di osservare, i bambini possono esercitare in ogni momento un controllo percettivo delle quantità su cui operano.

L'abaco orizzontale – Preparare per ogni bambino un abaco individuale composto da una cartellina di cartone rigido di 5 cm x 10 cm. Dividerla con un tratto di pennarello in due parti di 5 cm x 5 cm, ciascuna delle quali rappresenta una mano, e in ognuna di esse disegnare cinque cerchi disposti secondo lo schema già utilizzato per le facce del dado. Sui cinque posti così segnati i bambini potranno disporre gettoni o altri oggetti da contare: i posti occupati equivarranno alle dita alzate, i posti liberi alle dita abbassate. Presentare ai bambini l'abaco così costruito dopo averli invitati a disegnare le loro mani, prima una, poi entrambe in modo da permettere loro di rilevare la corrispondenza fra il *valore* di ogni mano e i cinque cerchi disposti in ognuna delle due caselle dell'abaco.

Aggiungo–ottego sull'abaco orizzontale – Usare la cartellina/abaco già costruita per eseguire piccole somme entro il dieci, seguendo la regola di riempire sempre la prima casella a sinistra, o prima mano. La cartella piena corrisponderà ovviamente alle due mani con tutte le dita alzate, ossia alla prima decina. Per eseguire le prime somme si gioca a lanciare il dado usando inizialmente i termini AGGIUNGO/ OTTENGO già conosciuti dai bambini. Si procede così:

- a) lanciare il dado e disporre tanti gettoni quanti ne indica il dado nella prima cartella dell'abaco;
- b) disegnare sul quaderno la cartellina/abaco e colorare nella prima casella del disegno dell'abaco tanti cerchietti blu quanti sono i gettoni;
- c) procedere al secondo lancio del dado e aggiungere sulla cartellina/abaco tanti gettoni quanti ne indica il secondo lancio;
- d) colorare sul disegno dell'abaco eseguito nel quaderno tanti cerchietti rossi quanti sono i gettoni aggiunti sempre rispettando la regola di completare il riempimento della casella a sinistra prima di passare all'altra.

4.3 Completiamo la decina

L'utilizzo dell'abaco orizzontale per operare con i numeri conduce in modo spontaneo a completare la decina, introducendo il numero dieci. Con i numeri da zero a dieci, e riferendosi alla loro rappresentazione sulla retta numerica, possiamo svolgere delle attività sull'ordinamento dei numeri.

Il numero dieci – Dopo aver considerato il numero dieci come quello che corrisponde all'occupazione di tutte le caselle dell'abaco orizzontale, aggiungere il numero dieci sulla linea dei numeri e invitare i bambini a disegnarla. Costruire la scatola del numero dieci partendo dalla unione di sacchetti con un numero diverso di oggetti, in modo analogo a quanto fatto in precedenza.

Viene prima/viene dopo cioè precede/segue – Attaccare al grembiule di undici bambini (ovviamente non sempre gli stessi) un cartellino con uno dei numeri da 0 a 10; a turno uno degli undici alunni si posizionerà al centro di una delle pareti dell'aula mentre l'insegnante pronuncerà di volta in volta le frasi: "il numero che viene prima è'..." oppure "il numero che viene dopo è'...". I bambini che possiedono il numero che precede o segue quello del compagno che sta al centro della parete, si metteranno nella giusta posizione accanto a lui.

Documentare il gioco descritto sul quaderno organizzando la pagina come segue:

Scrivi il numero che viene prima e quello che viene dopo ...

	4	
	5	

Variare il gioco descritto chiedendo a due degli undici bambini di mettersi al centro della parete e porre la domanda “qual e’ il numero che sta nel mezzo?”; sul quaderno la documentazione del gioco sarà del tipo:

3		5
8		10

5. LA COSTRUZIONE DELLE OPERAZIONI

5.1 L’addizione e la sottrazione sull’abaco orizzontale

Ci proponiamo ora di fare un passo importante verso la formalizzazione delle operazioni. Operando sull’abaco orizzontale passiamo dall’AGGIUNGO al simbolo dell’addizione e dal TOLGO a quello della sottrazione. Così come abbiamo già fatto fin dall’inizio, presentiamo insieme queste due operazioni che sono una l’inversa dell’altra.

Addizione e sottrazione – Passare dall’azione e dalla sua rappresentazione eseguita usando la dicitura ... AGGIUNGO ... OTTENGO ..., alla traduzione dell’operazione nell’usuale linguaggio simbolico dell’aritmetica. Nella fase iniziale accompagnare i simboli + e =, con la scrittura PIU’ e UGUALE.

Usare la cartellina abaco anche per eseguire le prime sottrazioni entro il 10, sempre ricorrendo al lancio dei dadi. Per “giocare” a sottrarre è necessario lanciare prima 2 dadi e poi solo uno che indicherà la quantità da sottrarre. Procedere così:

- lanciare i dadi e disporre sulla cartellina/abaco tanti gettoni quanti ne indicano i dadi del primo lancio;
- disegnare sul quaderno la cartellina abaco e colorare su di essa tanti cerchietti blu quanti sono i gettoni;
- procedere al lancio di un dado e togliere dalla cartellina tanti gettoni quanti ne indica il dado lanciato la seconda volta;
- cancellare con una x nel disegno dell’abaco eseguito sul quaderno tanti cerchietti quanti sono i gettoni tolti.

Anche nella rappresentazione della sottrazione passare dall’uso dei termini ... TOLGO ... OTTENGO ... [alle parole.....MENOUGUALE e quindi] ai simboli ... - ... = ...

Proporre schede che riportino il disegno dell’abaco orizzontale con alcuni cerchietti colorati in modo diverso; i bambini osservando gli abachi disegnati sulla scheda dalle insegnanti, devono scrivere l’operazione di addizione a cui si riferiscono. In questa attività la scheda non traduce più una situazione concreta, e il lavoro che si svolge è ad un livello di astrazione superiore.

5.2 Le coppie additive

La consapevolezza che ogni numero si può esprimere come somma di altri due numeri in molti modi diversi, e il sapere individuare la totalità di queste coppie additive, costituiscono delle acquisizioni decisive per poter pensare e operare con i numeri. In particolare la memorizzazione di tutte le diverse coppie additive del dieci rappresenta uno strumento nel calcolo di addizioni e sottrazioni, non meno importante di quello rappresentato dalle *tabelline* per la moltiplicazione. Rispetto alle pratiche didattiche che privilegiano l’utilizzo di materiali strutturati (numeri in colore), preferiamo suggerire delle attività inserite in un contesto di gioco.

Giocando con le coppie additive – Formare gruppi di due bambini ai quali si propone di allenarsi a individuare le coppie di addendi di un numero per esempio il 5. A turno un bambino indica per primo con le dita un numero uguale o minore di 5 pronunciandone il nome, per esempio il numero “tre”. Il compagno dovrà abbinare il complemento a 5 di 3 mostrando 2 dita.

Costruire con i bambini dieci carte da gioco che riportino la rappresentazione dei numeri da 0 a 10 con le facce del dado.

Lavorare a coppie con dieci carte per ciascun bambino. Stabilito il numero da formare, un bambino, a turno, sceglie per primo una carta alla quale il compagno abbinerà la carta complementare.

Invitare i bambini a rappresentare il gioco sul quaderno.

5.3 Le operazioni sulla linea dei numeri

Il lavoro sull'addizione e la sottrazione si arricchisce di un nuovo strumento interpretativo. Mentre il calcolo di semplici somme e sottrazioni può essere eseguito con l'aiuto delle mani o dell'abaco orizzontale, il lavoro sulla retta numerica allarga il significato delle operazioni sia attraverso l'esecuzione diretta o simulata degli spostamenti, sia attraverso la visualizzazione geometrica.

L'addizione – Per introdurre il calcolo di semplici esempi di addizione con esecuzione sulla linea dei numeri si propongono due fasi di lavoro:

- una prima fase di gioco durante la quale il bambino “agisce” cioè compie delle azioni sulla linea dei numeri;
- una seconda fase che documenta sul quaderno il gioco svolto traducendolo nel linguaggio aritmetico.

Come strumenti occorrono il dado, e una linea dei numeri per ciascun bambino, opportunamente costruita dall'insegnante su cartoncino, di dimensioni tali da permettere ai bambini di muovere un piccolo pupazzo su di essa.

Si lavora così:

- a) si lancia il dado una prima volta e ogni alunno, partendo da 0, fa compiere al proprio pupazzo tanti passi sulla linea quanti ne indica il dado;
- b) sul quaderno ogni bambino disegna la linea dei numeri e usando una matita colorata segna su di essa i passi compiuti dal pupazzo;
- c) si lancia il dado una seconda volta e ciascun bambino sposta ancora il pupazzo sulla linea, in avanti di tanti passi quanti ne indica il secondo lancio;
- d) sul quaderno si aggiungono ai passi già segnati i passi corrispondenti al secondo lancio usando una matita di diverso colore;
- e) sotto alla linea si riporta la traduzione simbolica di quanto eseguito: ad es. $3+2=5$:

La sottrazione – Proponiamo un gioco con i dadi e la traduzione successiva sul quaderno delle azioni compiute nel corso del gioco. Si lavora così:

- a) si lanciano due dadi e ogni alunno posiziona il proprio pupazzo sulla linea dei numeri che ha sul banco ponendolo sul numero corrispondente a quello indicato dal lancio dei due dadi;
- b) sul quaderno ogni bambino disegna la linea dei numeri e usando una matita colorata disegna un pallino sullo stesso numero in cui è posizionato il pupazzo;
- c) si lancia una seconda volta usando un solo dado e ciascun bambino sposta il pupazzo sulla linea, indietro di tanti passi quanti ne indica il secondo lancio;
- d) sul quaderno, sempre con una matita colorata, partendo dal pallino disegnato, si rappresentano tanti passi indietro quanti ne ha compiuti il pupazzo dopo il secondo lancio
- e) sotto alla linea si riporta la traduzione matematica di quanto eseguito: ad es. $8-3=5$

In questa attività potrà presentarsi il caso in cui il secondo numero è maggiore del primo, e quindi la sottrazione non è eseguibile. Discutere con i bambini di questa situazione, evitando di utilizzare espressioni come *impossibile* o *incalcolabile*¹³. È preferibile concludere che in un caso come questo, non si *sappia*, per il momento, calcolare la sottrazione, piuttosto che non lo si *possa* fare.

¹³Questa osservazione suggerisce una riflessione di carattere più generale, che ci è offerta da Stella Baruk, nella *Introduzione* al suo *Dizionario di matematica elementare* (Zanichelli, 1998): “I muri sono anzitutto quelli che edifica e cementa l’istituzione scolastica, chiudendo delle strade che poi dovrà nuovamente aprire. È vietato, all’inizio della scuola elementare, scrivere o pensare $2 - 5$, dichiarato *impossibile*: “ostacolo epistemologico” che non c’è bisogno di cercare molto lontano quando lo stesso $2 - 5$ sarà promosso all’esistenza; le resistenze molto giustificate che allora incontra suscitano, integrate da riferimenti storici, lunghe considerazioni sull’apprendimento dei numeri negativi, senza neppure un allusione al fatto che prima erano stati proscritti. [...] Durante tutta la scolarità sono così messi in atto, fabbricati dall’insegnamento, in modo più o meno visibile [...] degli “ostacoli” che si avrà buon gioco, dopo, a identificare come tali”.

6. LA NUMERAZIONE POSIZIONALE

6.1 Oltre il dieci : i numeri da undici a venti

Le attività che proponiamo per esplorare i numeri da undici a venti, utilizzano i diversi strumenti e le diverse rappresentazioni già usate per operare con i numeri entro il dieci. Anche se il lavoro sul significato posizionale delle cifre è rinviato alla prossima tappa, lo svolgimento dell'addizione e della sottrazione sull'abaco orizzontale consente già una prima riflessione sul ruolo della decina.

Sulla linea dei numeri – Prolungare la linea dei numeri che i bambini hanno sul loro banco in modo da rappresentare i numeri che vanno da undici a venti.

Proporre ai bambini di eseguire individualmente semplici calcoli di addizione e sottrazione facendo muovere sulla linea di cartone il pupazzo e rappresentando sul quaderno i suoi passi avanti o indietro su una linea disegnata dai bambini.

Il cartellone dei numeri – Il cartellone dei numeri fino a cento, di cui abbiamo già parlato nel par. 1.2, e che abbiamo utilizzato per ampliare e consolidare la capacità di recitare la sequenza dei nomi dei numeri, permette di rafforzare la conoscenza della numerazione posizionale e consente di visualizzare importanti proprietà che sono suggerite dalla organizzazione dei numeri sul cartellone stesso.

Con l'abaco orizzontale – Proporre ai bambini di formare, con l'aiuto dell'abaco orizzontale, i numeri da undici a venti, scrivendoli anche in cifre e in lettere; i ragazzi lavoreranno a coppie avendo a disposizione due abachi orizzontali, ogni volta che costruiranno un numero diverso, prima di rappresentarlo sul quaderno, dovranno riempire gli abachi di tanti tappini quanti ne indica il numero, partendo sempre da sinistra. I bambini man mano che procederanno con il lavoro si accorgeranno che per costruire ogni numero è necessario riempire per intero l'abaco di sinistra cioè completare la prima decina.

Proporre il calcolo di semplici addizioni del tipo: $6+8 = \dots$, $5+6 = \dots$; i bambini lavoreranno a coppie e avranno a disposizione due abachi orizzontali; l'uso dei due abachi risulta particolarmente importante per permettere ai bambini di comprendere che "devo completare la prima decina" prima di passare oltre.

Proporre l'esecuzione di semplici sottrazioni, entro il 20, facendo uso di due abachi orizzontali affiancati.

Data, ad esempio, la sottrazione $15 - 8$, procedere come segue:

- posizionare sull'abaco tanti tappi (o altri oggetti) quanti ne indica il minuendo (15);
- togliere dall'abaco tanti tappi quanti ne indica il sottraendo (8);
- contare i tappi rimasti.

Dare ai bambini l'indicazione di togliere prima 5 tappi per arrivare a 10 e poi gli altri 3, visualizzare questo passaggio può essere di grande aiuto nei futuri esercizi di calcolo orale.

Dopo aver eseguito concretamente, gli alunni possono rappresentare sul quaderno con il disegno dell'abaco e la traduzione in linguaggio aritmetico: $15 - 8 = 7$.

6.2 La decina

Le attività che suggeriamo sono ora orientate ad acquistare consapevolezza sul significato posizionale delle cifre. Si tratta solo di un primo passo: la consapevolezza della notazione posizionale si costruisce nel tempo, ampliando la collezione dei numeri con cui si opera, e introducendo, più tardi, le centinaia e le migliaia.

Contare raggruppando – Distribuiamo a ciascun bambino 17 tappi e chiediamo "Scopri come fare per sapere quanti sono senza contarli uno alla volta"

I bambini tendono a raggruppare e a contare i gruppi,: gruppi di due, di tre, di cinque e di dieci. C'è anche chi scompone il 17 in gruppi non uguali (10, 5, 2).

Socializziamo i vari tentativi e trascriviamoli nei quaderni. Verifichiamo come una stessa quantità possa essere registrata in modi diversi: solo i bambini che hanno lavorato con la stessa base hanno ottenuto scritture uguali e solo quando i gruppi sono di dieci la scrittura corrisponde alla quantità reale.

Decidiamo di chiamare "sciolti" i tappi rimasti fuori dai gruppi e proviamo ad inserire in una tabella a doppia entrata tutti i risultati.

	QUANTI GRUPPI	QUANTI SCIOLTI
GRUPPI DI 4	4	1
GRUPPI DI 5	3	2
GRUPPI DI 6	2	5
GRUPPI DI 2	8	1
GRUPPI DI 10	1	7

Individualmente e in forma scritta poniamo la seguente domanda "Guarda la tabella; c'è una riga con più tappi?" Solo alcuni rispondono no, i tappi sono sempre 17, per molti nella riga con i gruppi di due i tappi sono di più. Distribuiamo 17 tappi e una tabella dove registrare i dati in modo sistematico

	QUANTI GRUPPI	QUANTI SCIOLTI
Gruppi di 2		
Gruppi di 3		
Gruppi di 4		
Gruppi di 5		
Gruppi di 6		
Gruppi di 7		
Gruppi di 8		
Gruppi di 9		
Gruppi di 10		

chiedendo a ciascuno di registrare i raggruppamenti del 17.

Terminata l'attività chiediamo di evidenziare la riga con il raggruppamento in base 10 e poniamo la domanda scritta. "Perché abbiamo colorato la riga del 10, cosa noti?" Quasi tutti i bambini notano che qui è trascritto proprio il numero dei tappi.

Chiediamo di nuovo se la quantità dei tappi nelle diverse righe è uguale o diversa; molti dei bambini che precedentemente pensavano che le quantità variassero ora credono che i tappi siano sempre 17.

Ripetiamo alcune volte l'attività di raggruppare in modo sistematico e registrare in tabella, ogni volta riflettiamo sui diversi modi di registrare una stessa quantità e sulla particolarità del raggruppamento a base 10, concludendo che: "Solo guardando i gruppi di 10 sappiamo subito quanti tappi abbiamo".

Inseriamo sul quaderno una scheda dattiloscritta

RICORDA

QUANDO GLI OGGETTI DA CONTARE SONO TANTI
E
NON VOGLIO CONTARLI UNO PER VOLTA
DEVO RAGGRUPPARLI

CONTARE I GRUPPI E' PIÙ SEMPLICE
MA
QUANDO LEGGO I NUMERI SCRITTI IN TABELLA
NON CAPISCO QUANTI OGGETTI HO.

SOLO CON I GRUPPI DI 10
LE CIFRE SCRITTE CI FANNO CAPIRE SUBITO
QUANTI SONO GLI OGGETTI

ORA LAVOREREMO SEMPRE CON I GRUPPI DI 10

IN MATEMATICA IL GRUPPO DI 10 SI CHIAMA DECINA

Facciamo esercitare i bambini proponendo alcune tabelle da riempire sempre con l'aiuto dei tappi

	QUANTI GRUPPI DI 10	QUANTI SCIOLTI
39		
23		
30		
17		
4		
28		

Per non dimenticare il numero dei gruppi proponiamo ai bambini l'abaco formato da due scatole: la scatola che registra gli sciolti contraddistinta da un punto e la scatola che registra i gruppi contraddistinta da un sacchetto. La scatola degli oggetti sciolti deve trovarsi a destra rispetto alla scatola dei gruppi.

Dalla registrazione nelle scatole si passa alla registrazione sul quaderno sempre mediante una tabella a doppia entrata; i bambini osservando la tabella dovrebbero rendersi conto che i numeri della tabella non dicono la verità perché il numero degli oggetti non corrisponde al numero registrato. Può darsi che ci sia qualche bambino che ha raggruppato per dieci, altrimenti sarà l'insegnante a suggerirlo.

Discutere con i bambini per osservare che raggruppando per dieci vi è una corrispondenza tra il numero dei gruppi, il numero degli oggetti sciolti e le cifre utilizzate per la rappresentazione del numero degli oggetti.

È importante che i ragazzi sperimentino direttamente che cos'è un gruppo di oggetti e arrivino a comprendere, attraverso prove ed errori, la corrispondenza evidenziata.

Dopo il lavoro svolto è necessario esplicitare e far scrivere ai bambini sul quaderno individuale che *I GRUPPI DI DIECI SI CHIAMANO DECINE, I SINGOLI OGGETTI SI CHIAMANO UNITÀ*.

Far riferimento alle dita delle nostre mani e all'abaco orizzontale e sottolineare che *le dita delle nostre mani sono 10, anche il nostro abaco vale 10*, e quindi che sia le dita delle mani che l'abaco rappresentano una decina.

Organizzare i bambini a coppie e consegnare a ciascuna coppia la stessa quantità di oggetti, che non superi il venti.

Ogni coppia avrà a disposizione l'abaco a scatole e dovrà contare gli oggetti raggruppando per dieci e posizionando i gruppi di dieci nella scatola delle decine e gli oggetti sciolti nella scatola delle unità. Sul quaderno ogni bambino registrerà l'esperienza disegnando l'abaco a scatole con le decine e le unità, e scrivendo ad esempio: 1 decina e 4 unità.

6.3 L'abaco ad aste

Proponiamo a questo punto l'introduzione dell'abaco ad aste. Si tratta di uno strumento didattico molto utile per comprendere il significato posizionale delle cifre e per acquisire consapevolezza degli algoritmi del calcolo. Il suo utilizzo si spingerà fino alla rappresentazione e alle operazioni sui numeri decimali. Ogni bambino dovrà possedere un abaco ad aste. L'utilizzo dell'abaco ad aste richiede una discreta capacità di astrazione da parte dei bambini, e va quindi introdotto con gradualità. Supponiamo di contare, ad esempio, dodici oggetti in base dieci. Dopo aver infilato nell'asta delle unità dieci palline, per poter continuare a contare, si deve effettuare prima il cambio: *"Sfilo dall'asta di destra dieci palline e le sostituisco con una pallina nell'asta immediatamente a sinistra che vale come dieci unità"*. Dopo aver effettuato il cambio sull'abaco, i bambini non vedono più dieci elementi, ma uno solo: una pallina che vale come dieci unità, ed è proprio questo passaggio che crea in molti alunni serie difficoltà di

comprensione, per cui alla domanda “*quante decine?*” spesso rispondono “*dieci*” pur essendo in presenza di un solo raggruppamento di dieci , cioè di una sola decina.

Contare e rappresentare sull’abaco ad aste – Chiedere ai bambini di disegnare sul quaderno il proprio abaco posizionando due aste sulla base, scrivendo accanto all’asta di destra *asta delle unità* e accanto a quella di sinistra *asta delle decine*. Introdurre i simboli: *da* (decine) e *u* (unità).

Invitare i bambini individualmente a rappresentare sull’abaco il numero 0, poi il numero 1, e così via... Discutere sulle soluzioni individuate dai singoli alunni e procedere alla rappresentazione dei numeri fino a 9 riportando sul quaderno il disegno dell’abaco in corrispondenza dei diversi numeri rappresentati.

Chiedere ancora “*Come rappresentereste sull’abaco il numero 10?*”, dare a tutti il tempo di riflettere e di elaborare la propria proposta; discutere insieme per scoprire la giusta rappresentazione. Procedere con queste modalità per tutti i numeri fino a 20.

Far riflettere i bambini su quesiti del tipo: “*Osserva i seguenti numeri : 1, 5, 15. Il numero 1 viene rappresentato sull’abaco da una pallina, il numero 5 da cinque palline, 15 che è “fatto” da 1 e 5, come mai indica quindici palline?*”

Proporre, a distanza di tempo, un altro esempio simile con il numero 18 e successivamente con i numeri 23, 28, ...e concludere, scrivendo sul quaderno: ***I NUMERI DOPO IL 9 LI SCRIVIAMO UTILIZZANDO SOLTANTO LE PRIME DIECI CIFRE. LA CIFRA DI DESTRA INDICA LE UNITA’, LA CIFRA DI SINISTRA INDICA UNA DECINA.***