




LA GEOMETRIA EUCLIDEA



Le difficoltà degli studenti nell'apprendere la geometria nel 1° anno della scuola secondaria

- Gli argomenti della geometria della terza media sono diversi da quelli che vengono richiesti nella scuola superiore.
- Non ricordano, confondono, le nozioni studiate. (es.: parallelepipedo e parallelogramma, figura regolare, rette parallele e perpendicolari, altezza ecc)
- Imparano alcune definizioni ma vengono poco approfonditi i concetti di base.
- Troppi esercizi di calcolo di aree, superfici e volumi (esercizi di calcoli aritmetici e applicazioni di formule, tante formule, formule inverse imparate a memoria).
- L'esperienza di costruzione spesso è mancata.
-



Per comprendere la geometria è essenziale **l'attività di costruzione.**

Distinguiamo tre momenti propedeutici all'attività del dimostrare:

- costruire modelli: tagliare, piegare, sovrapporre ecc.
- rappresentare: disegnare con riga e compasso.
- verificare, creare movimento, utilizzare software geometrico.



Materiale per “fare” geometria

- Matite, pastelli, evidenziatori, gomme.
- Riga
- Compasso
- Fogli e cartoncini colorati
- Spago, fettucce
- Colla, scotch, fermacampioni
- ecc. ...



Materiale per “fare” geometria

ma anche...

- Computer
- Software dinamico di geometria
(Cabri-géomètre; Geo- algebra;
Zul. Car; ecc.)
- Calcolatrici;
- Internet



Un possibile percorso

- - Individuazione degli enti geometrici primitivi.
- Costruzioni di altri oggetti dagli enti geometrici definiti.
- Definizioni di isometrie piane
- Relazioni d'equivalenza:
 - **La congruenza**
 - **L'equivalenza**
 - **La similitudine**



Sviluppo della geometria mediante tre relazioni d'equivalenza.

- Congruenza
 - Criteri di congruenza
- Equivalenza
 - Teorema di Pitagora
 - Teoremi di Euclide
- Similitudine
 - Teorema di Talete



Metodologia

Utilizzare un approccio
costruttivo
per introdurre le definizioni
della geometria euclidea

La geometria euclidea

Enti geometrici primitivi:

PUNTO

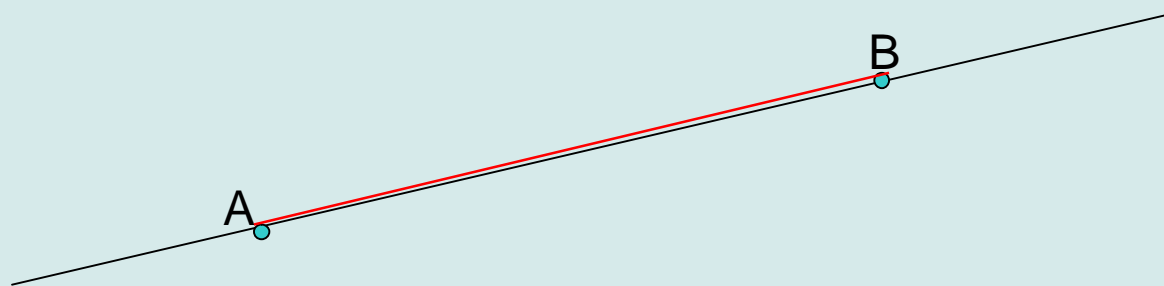
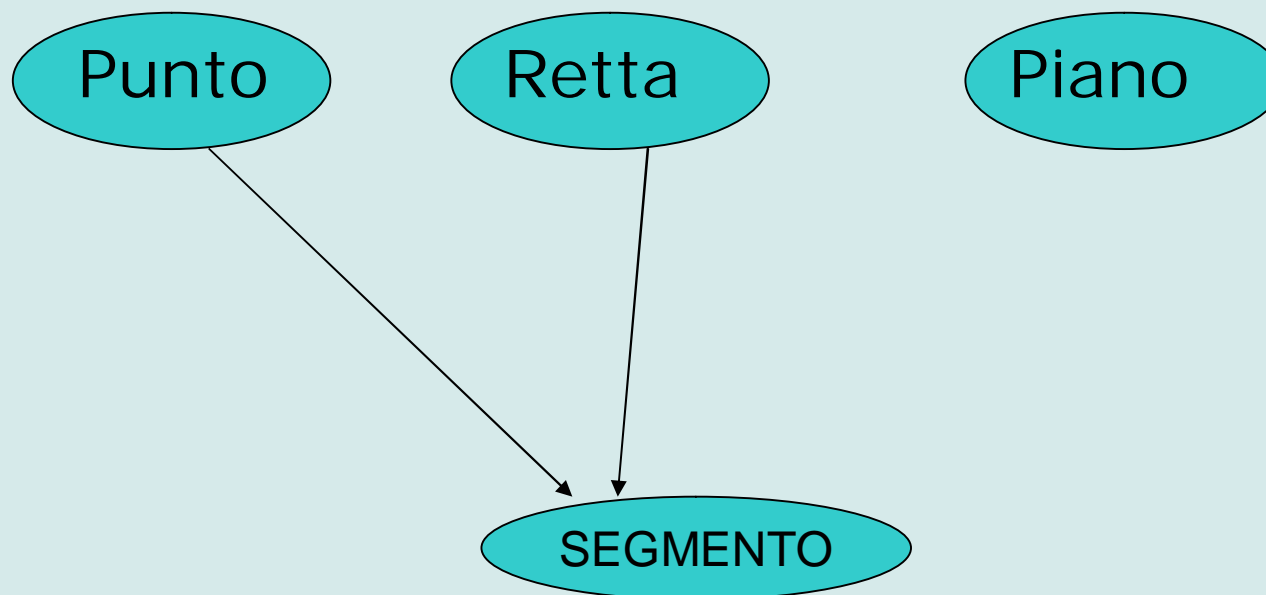
RETTA

PIANO

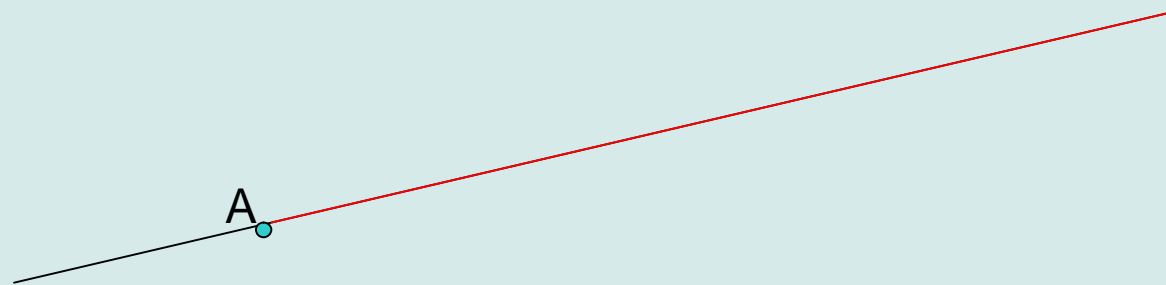
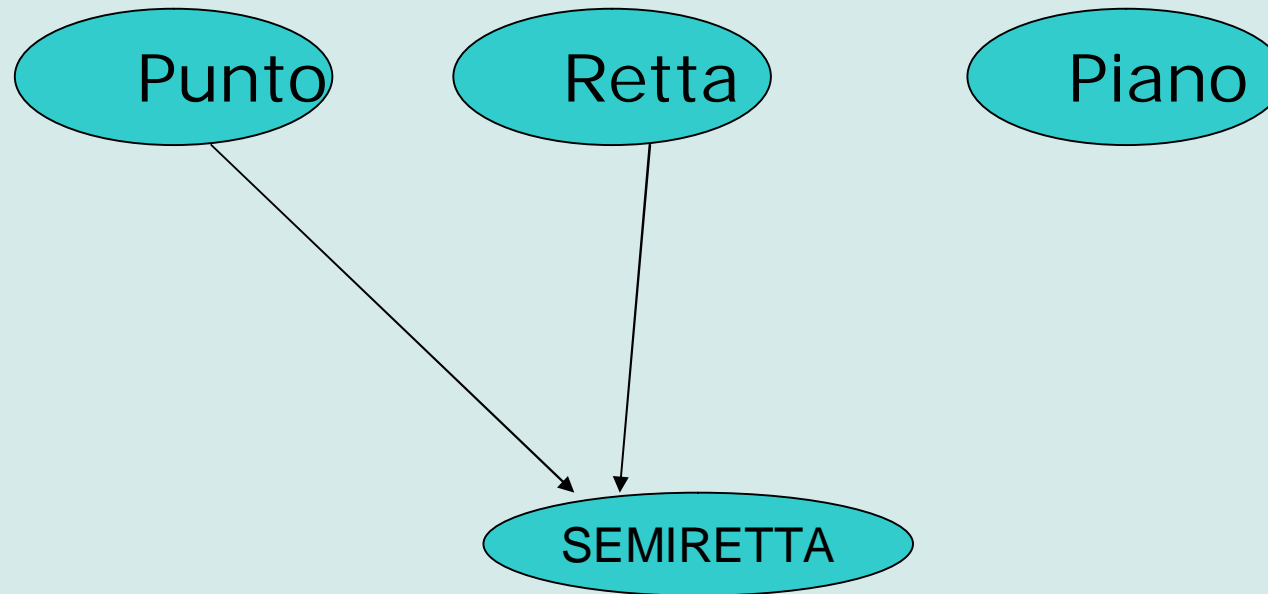
E poi la costruzione delle
definizioni di altri enti geometrici

La geometria euclidea

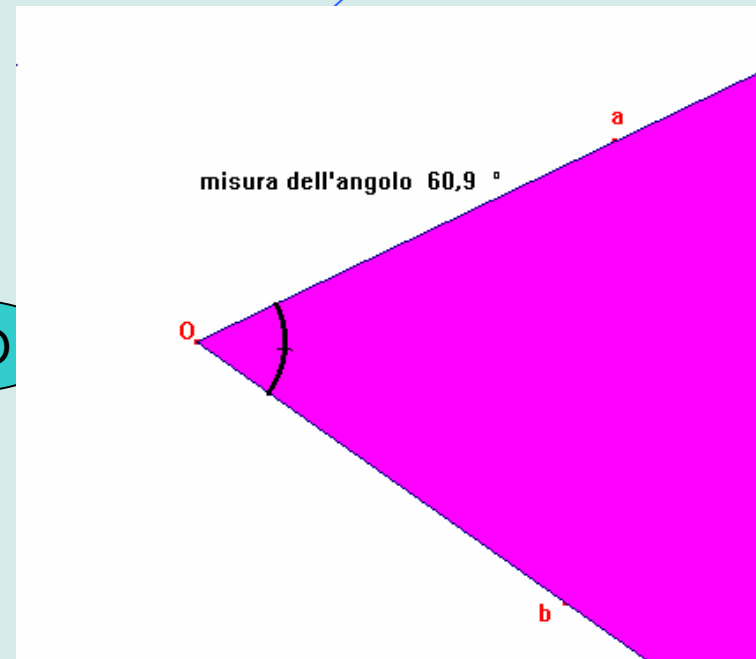
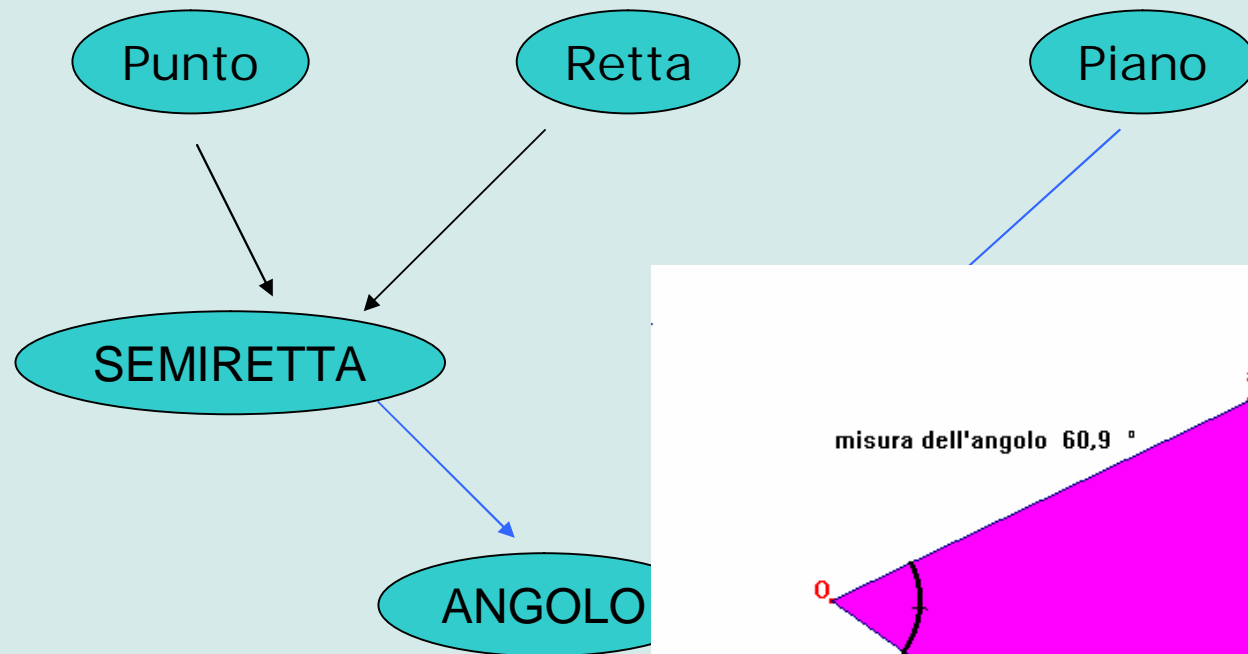
definizioni costruttive

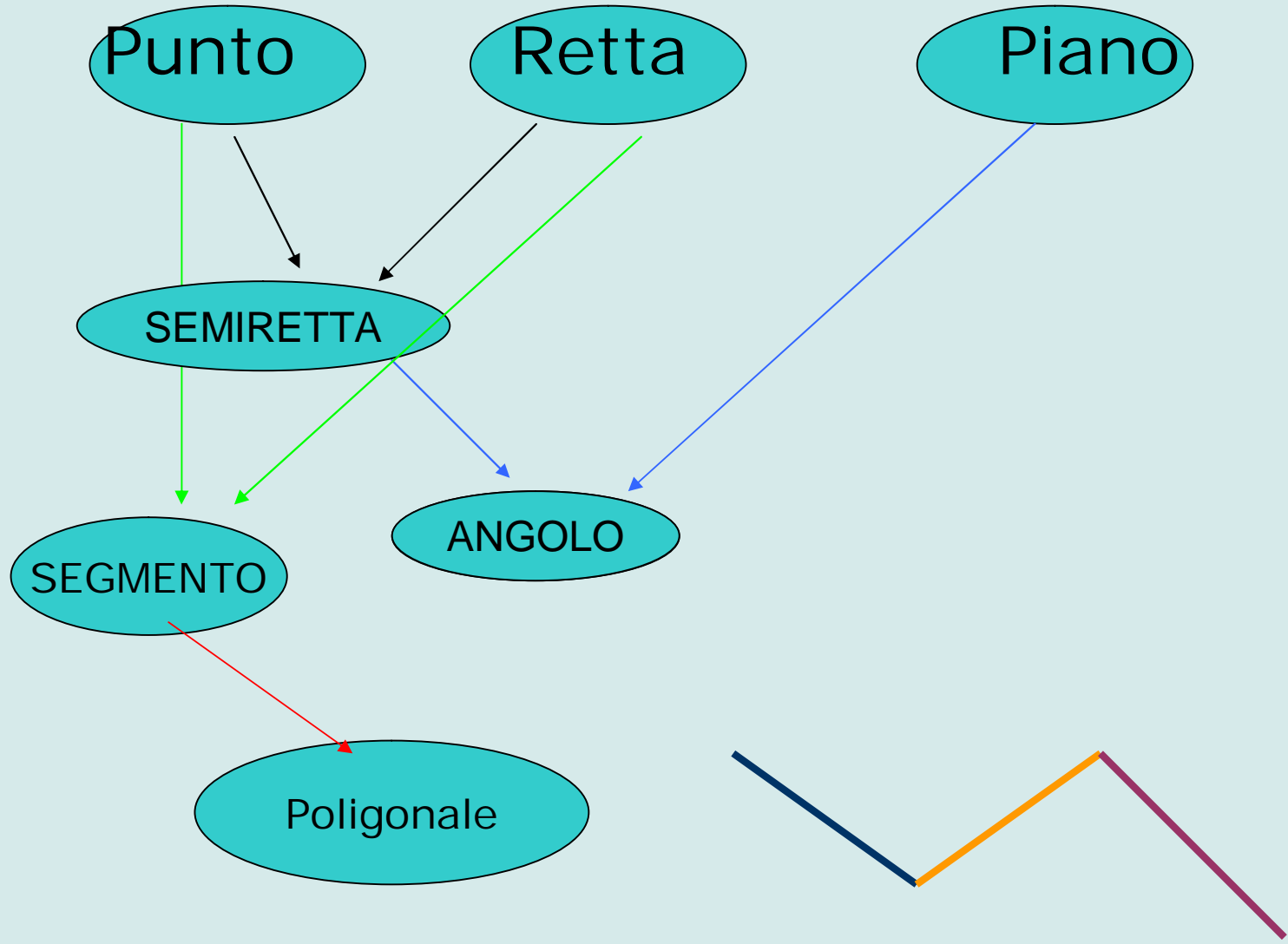


La geometria euclidea

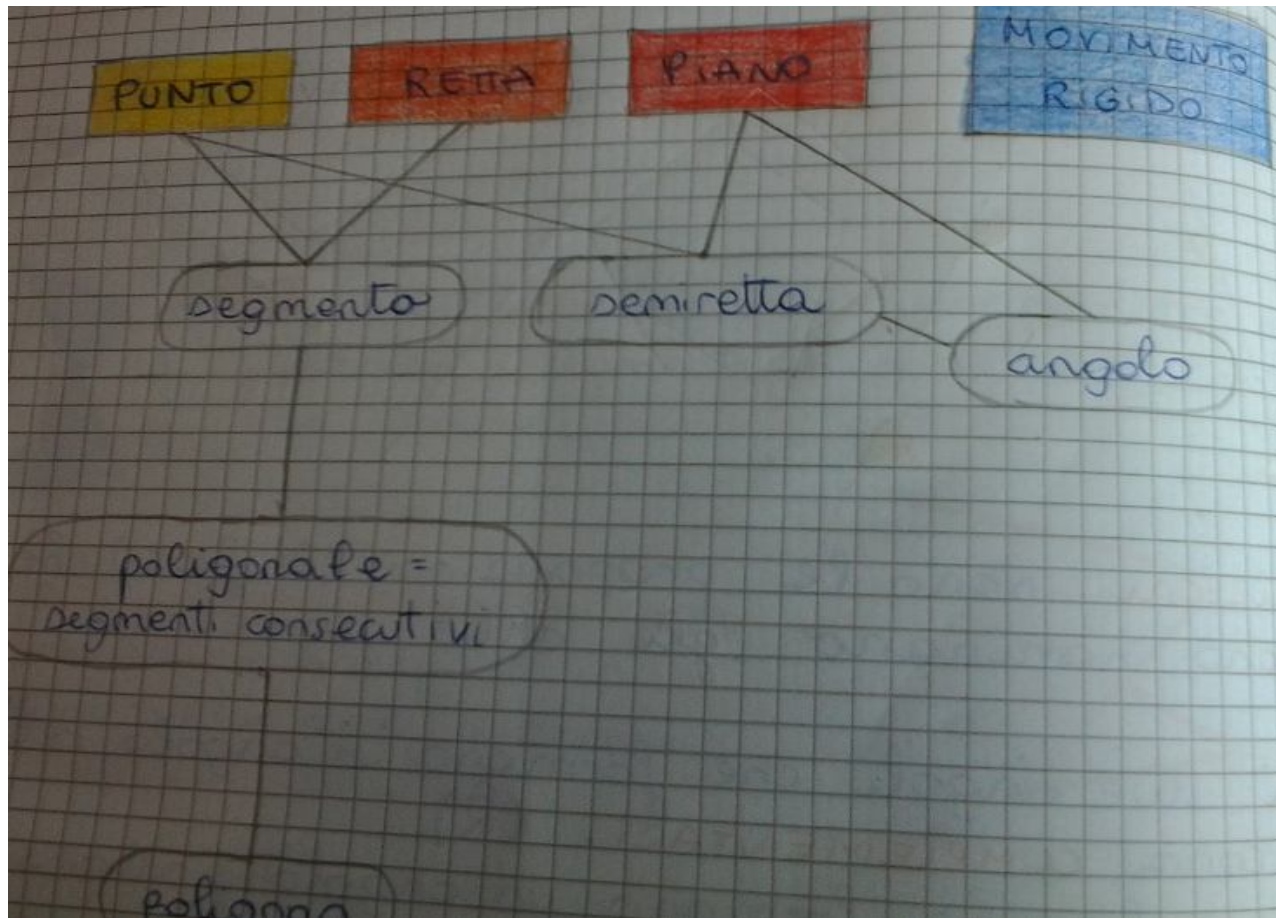


La geometria euclidea

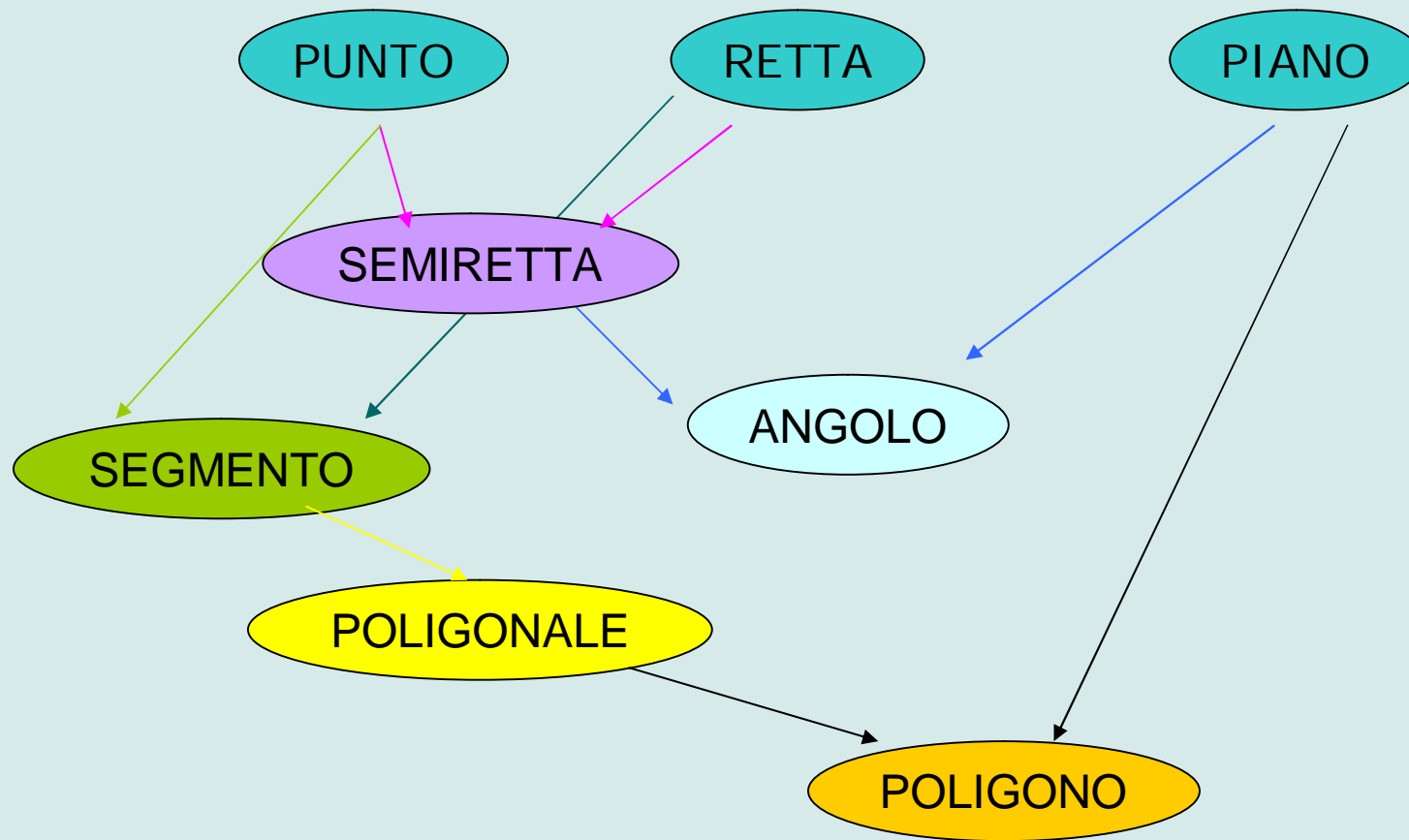




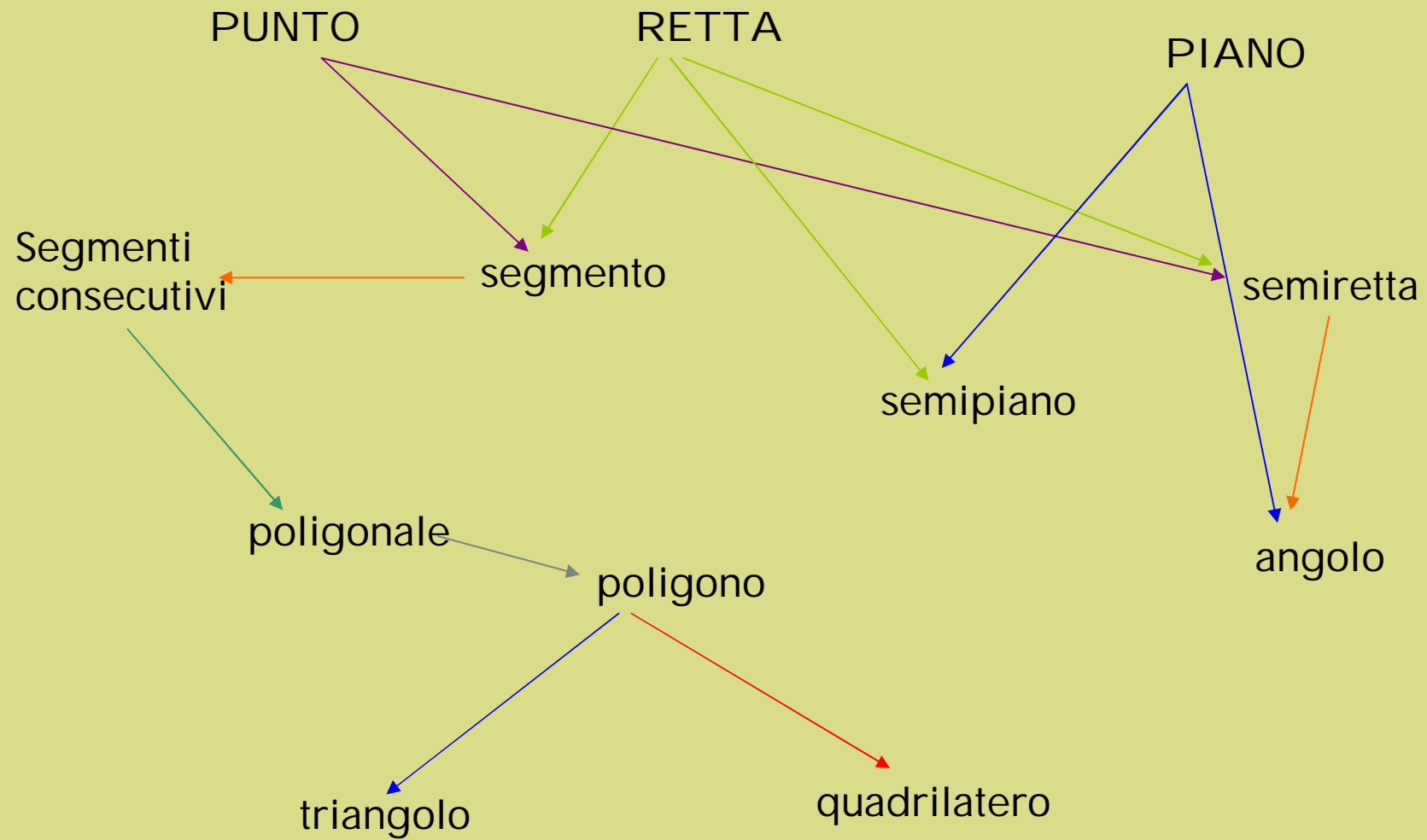
Sul quaderno si costruisce l'albero delle definizioni:



La geometria euclidea



Dagli enti primitivi



Di ogni ente definito vengono poi
considerati gli **ATTRIBUTI**:

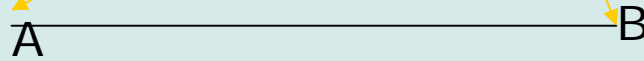
SEGMENTO

ANGOLO

TRIANGOLO

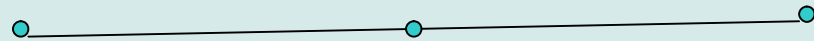
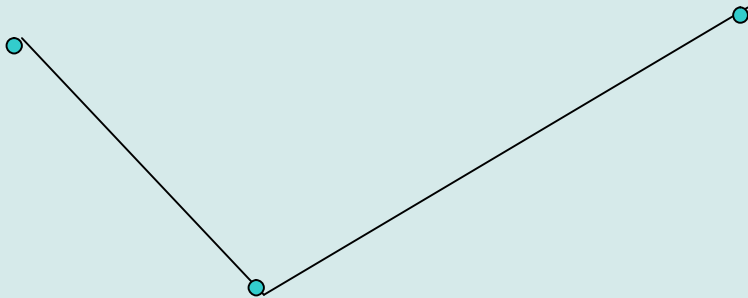
SEGMENTO

Estremi del segmento

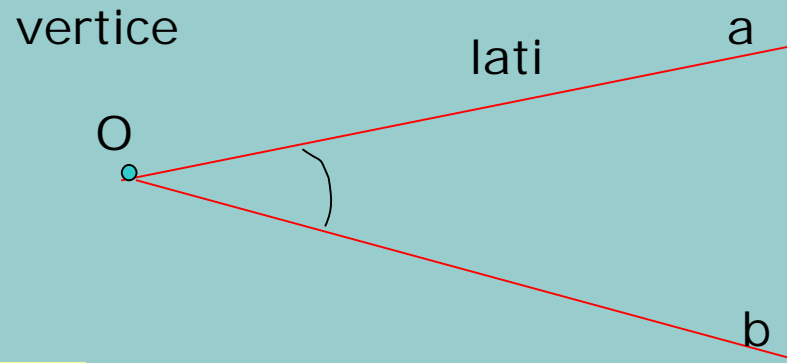


ATTRIBUTI dei segmenti:

- Consecutivi
- Adiacenti



ANGOLO



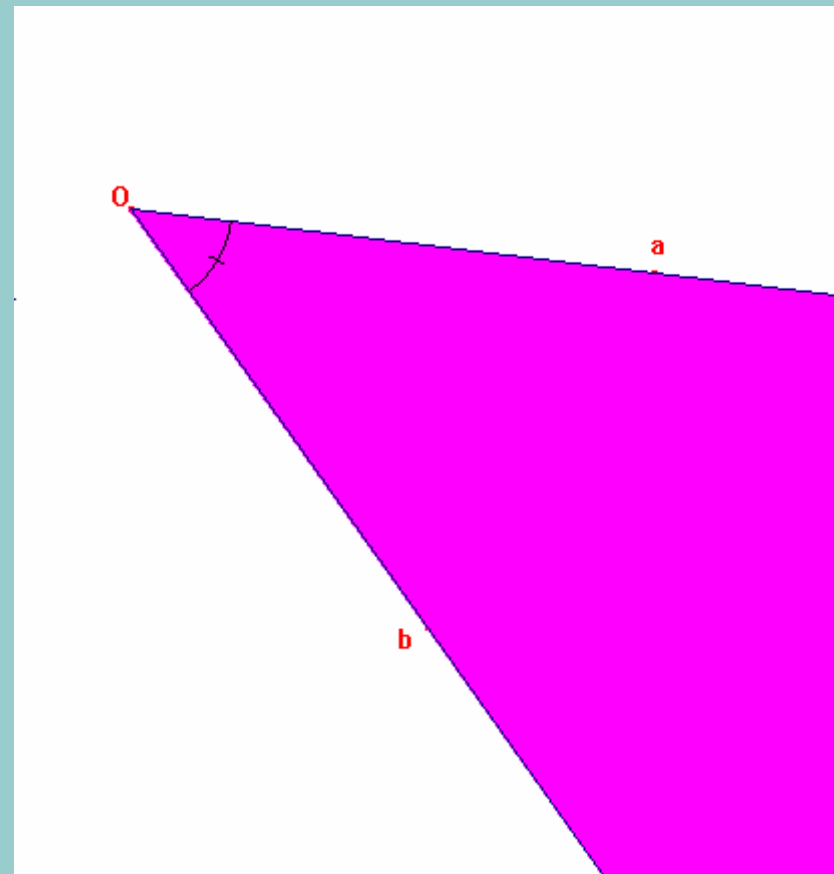
ATTRIBUTI dell'angolo:

- concavo
- convesso

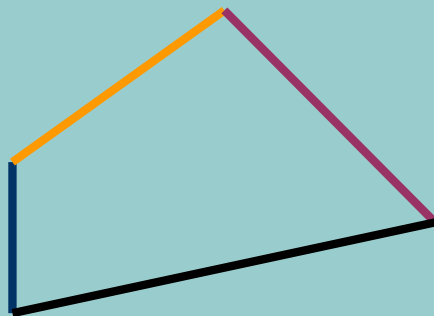
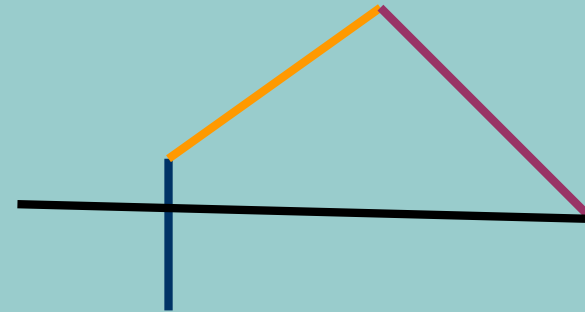
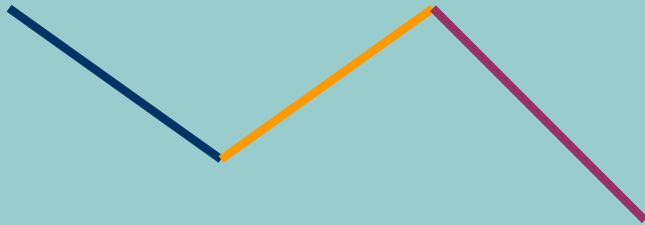
- retto
- acuto
- ottuso

ATTRIBUTI degli angoli:

- Consecutivi
- Adiacenti



POLIGONALE: due o più segmenti consecutivi



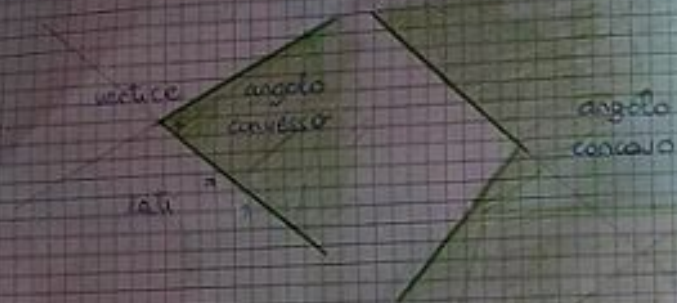
ATTRIBUTI della poligonale:

- Chiusa
- Aperta
- Intrecciata
- Non intrecciata

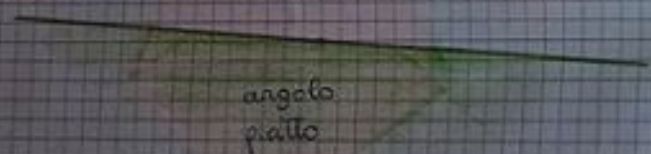
Gli angoli e il triangolo

L'angolo è l'intersezione o l'unione di due semipiani individuati da due rette non parallele.

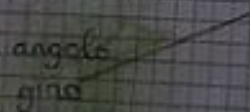
L'intersezione dà un angolo **convesso**.
L'unione dà un angolo **concavo**.



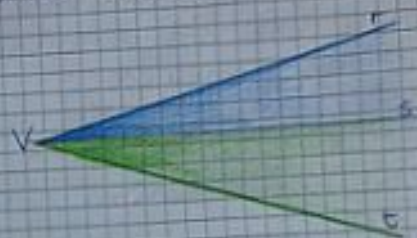
Viene detto angolo **piatto** un semipiano delle due semirette che un punto individua su una retta.



Viene detto angolo **giro** l'intero piano che si può considerare delimitato da due semirette coincidenti.

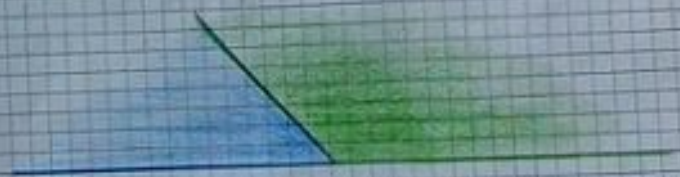


due angoli si dicono **consecutivi** se hanno in comune soltanto un lato.



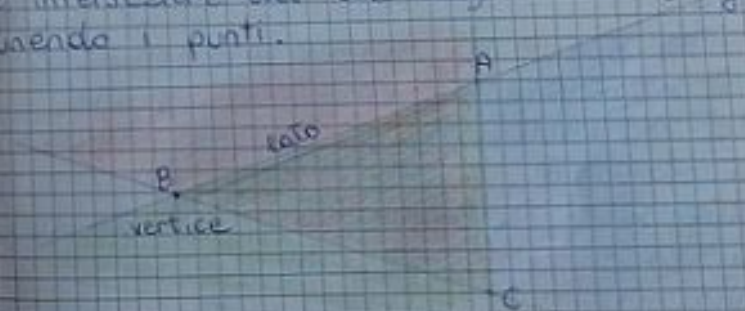
questa unione è anche detta somma di due angoli.

due angoli si dicono **adiacenti** se i loro lati non comuni formano un angolo piatto.



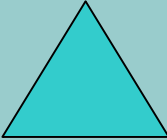

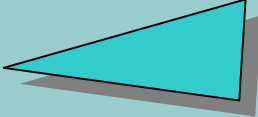
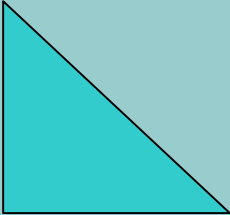
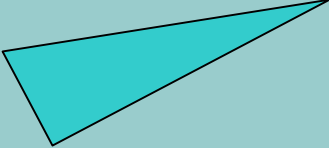
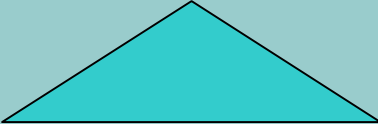
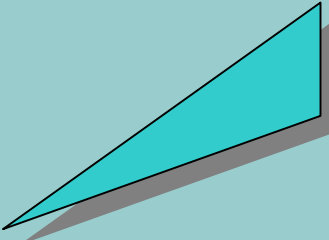
due angoli la cui somma forma un angolo piatto si dicono **supplementari**.

dati tre punti non allineati si dice **triangolo** l'intersezione dei tre angoli che si formano unendo i punti.



\hat{A} = compreso tra AB e AC e opposto ad BC .
 \hat{A} e \hat{B} = adiacenti ad AB .

TRIANGOLO parte di piano racchiusa in una poligonale chiusa non intrecciata costituita da 3 segmenti

TRIANGOLI	Equilatero	Isoscele	Scaleno
Acutangolo			
Rettangolo			
Ottusangolo			

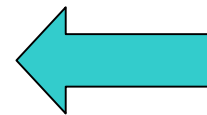
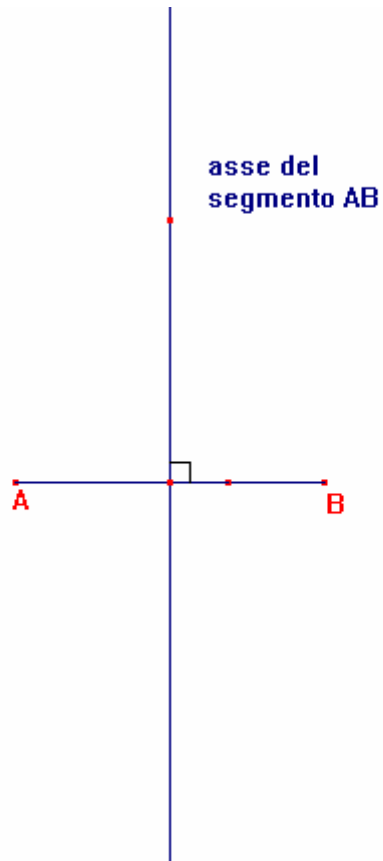


Costruzioni con riga e compasso

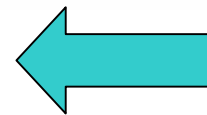
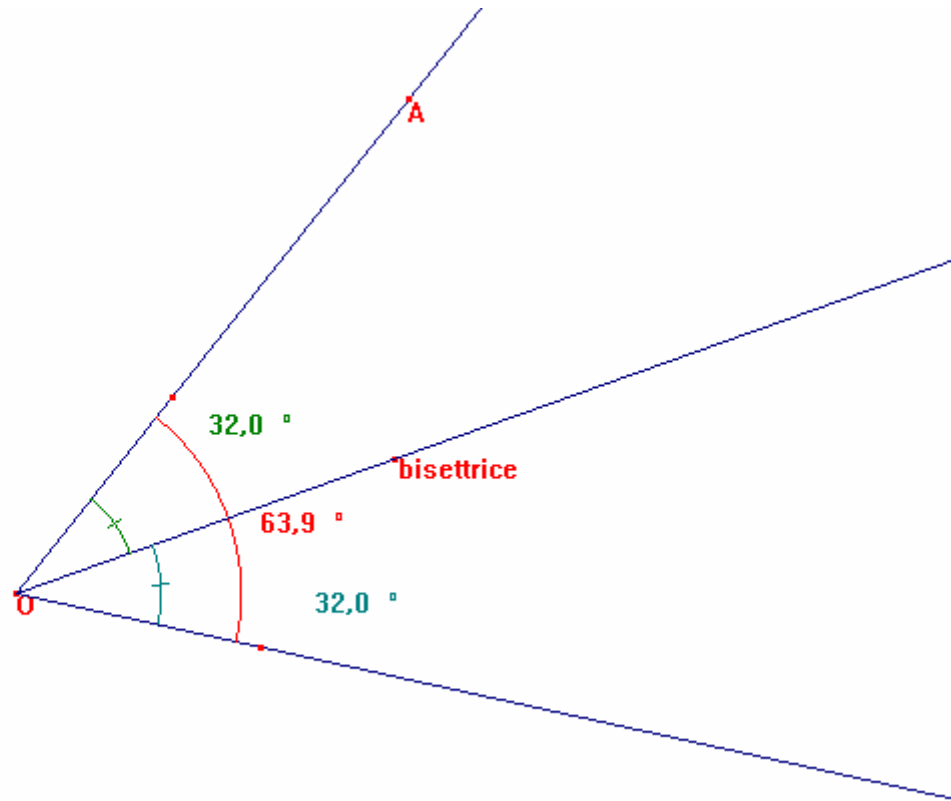
- Asse di un segmento.
- Punto medio di un segmento.
- Bisettrice di un angolo.
- Tracciare la perpendicolare ad una retta da un punto esterno ad essa.
- Tracciare la perpendicolare a un segmento in un suo estremo.
- Costruire il quadrato di lato il segmento dato.
- Dato un arco trovare il centro della circonferenza a cui appartiene.
- Tracciare la circonferenza circoscritta a un triangolo.
- Disegnare un triangolo dati i suoi tre lati.



Asse di un segmento.

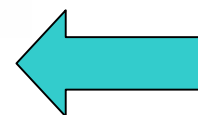
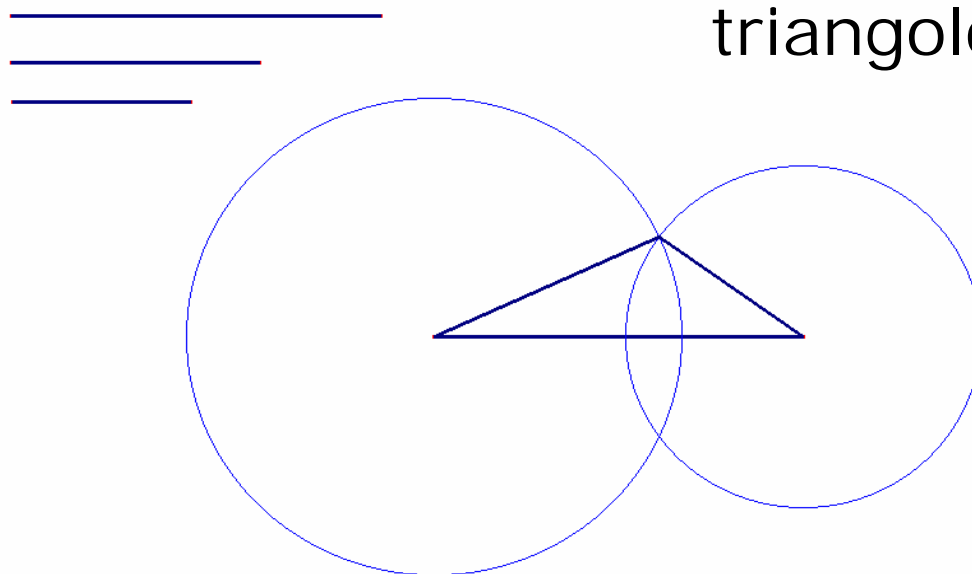


Bisettrice di un angolo.

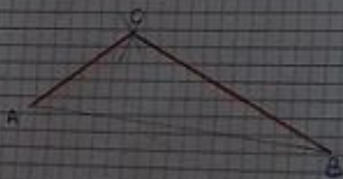
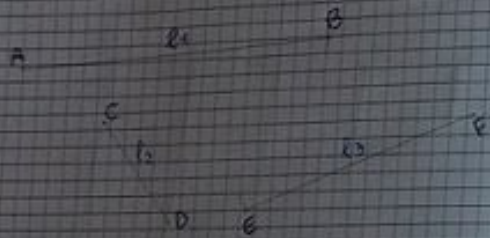


Geometria costruttiva

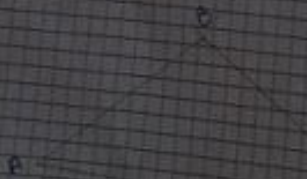
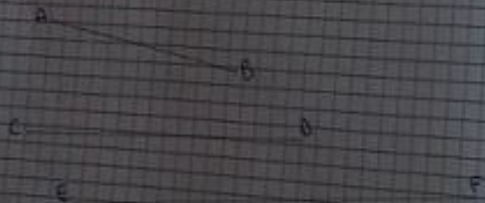
- Dati tre segmenti è sempre possibile costruire un triangolo?



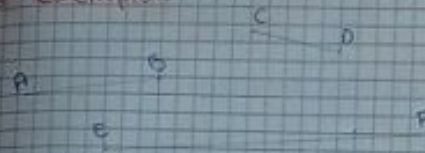
Dati tre segmenti è sempre possibile costruire un triangolo?



2° esempio



3° esempio:



questo triangolo è impossibile non si può costruire perché la somma di due lati è minore del terzo lato.

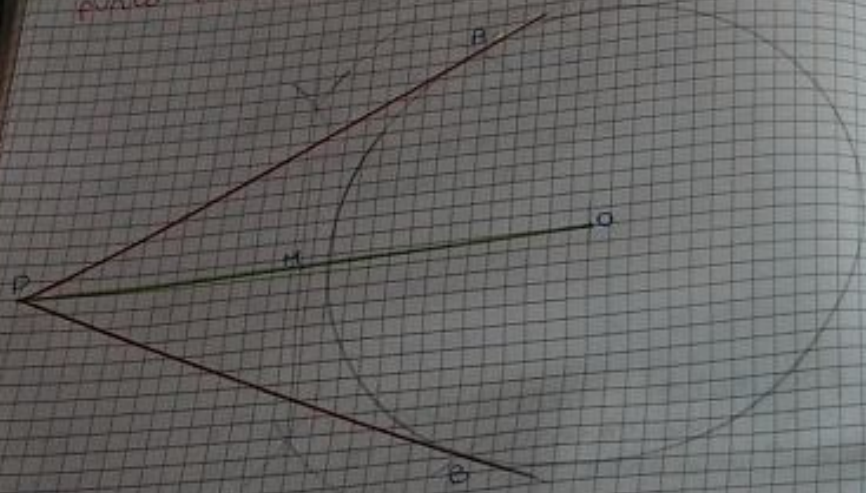
Non è sempre possibile costruire un triangolo da tre segmenti. Dipende dalle misure dei segmenti =

$$l_3 < l_1 + l_2$$

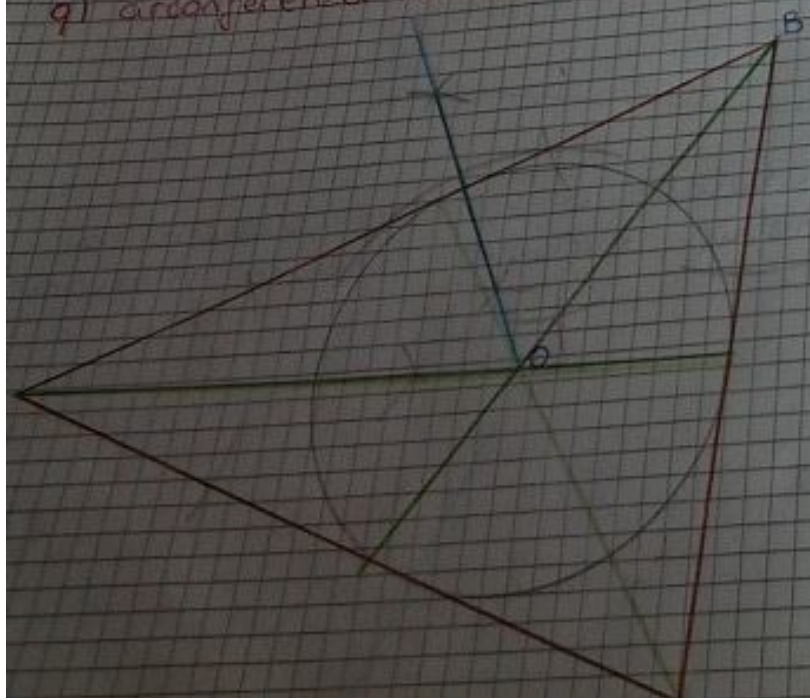
$$l_1 < l_2 + l_3$$

$$l_2 < l_3 + l_1$$

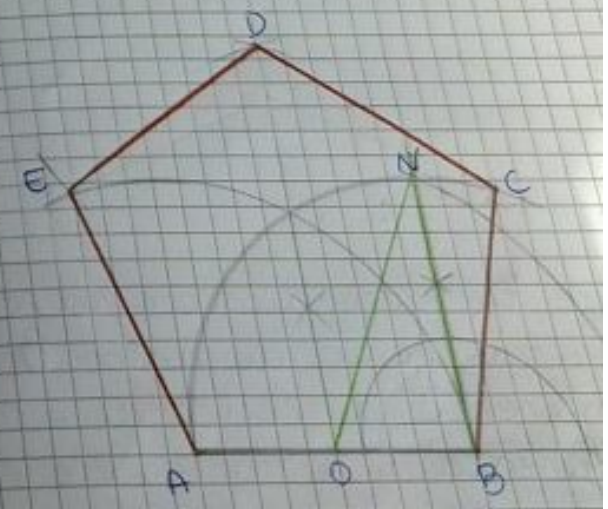
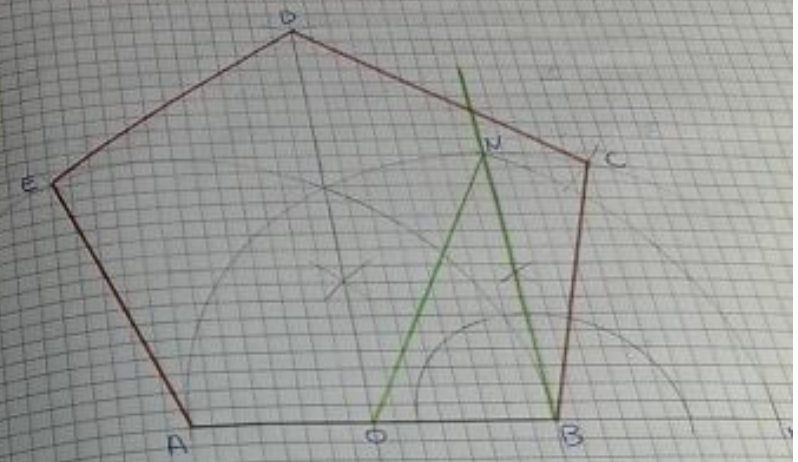
p) Tangenti a una circonferenza da un punto P a essa esterna



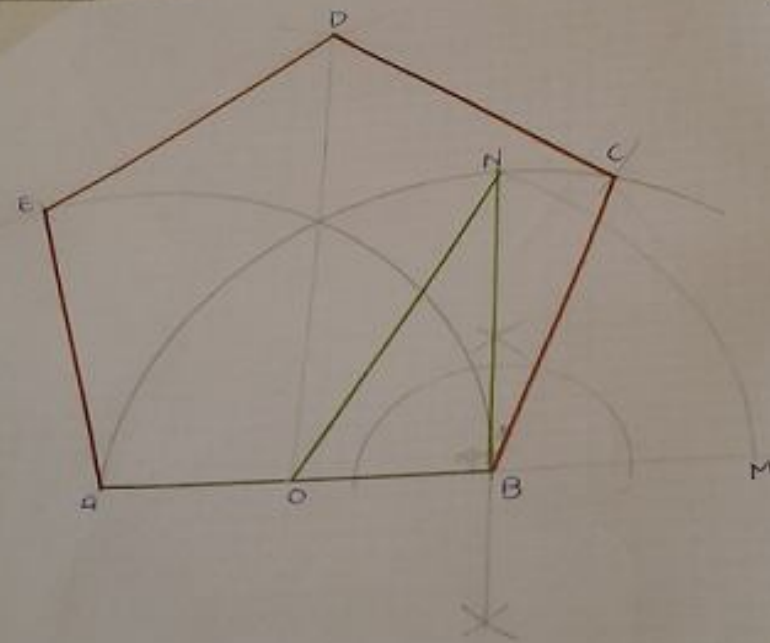
q) circonferenza inscritta a un triangolo dato



6) poligono regolare di lato dato

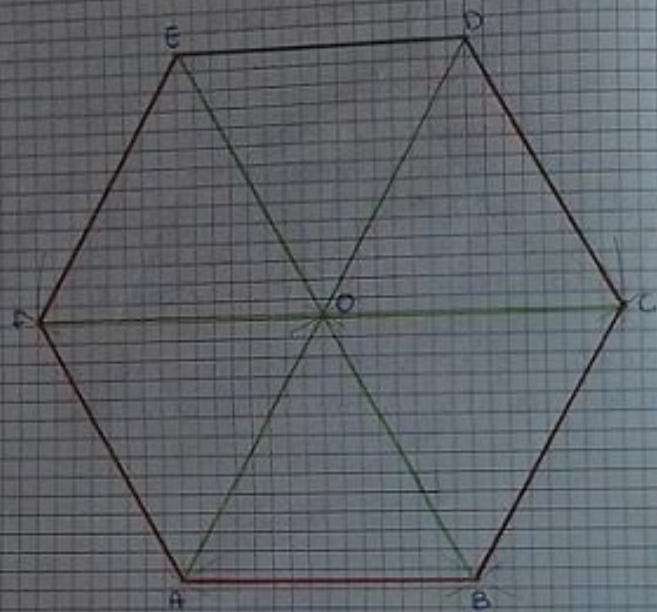


- Pentagono: ALGORITMO
 per disegnare un pentagono
 dato del segmento AB
1. Tracciare il segmento AB
 2. Trovare il punto medio di AB, O
 3. Prolungare AB dalla parte di B

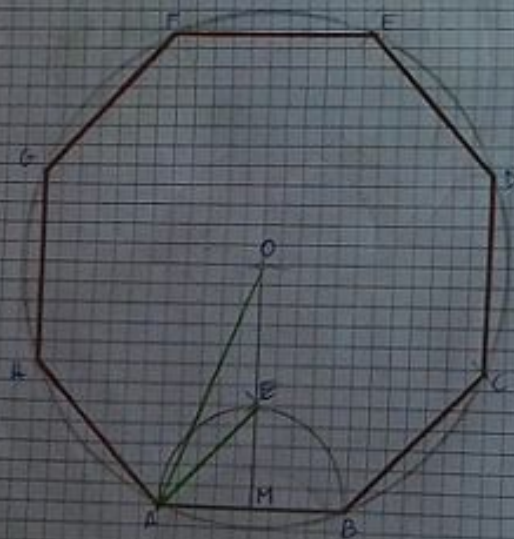


4. Costruire la perpendicolare ad AB in B.
5. Traccio la circonferenza di centro O e raggio OA.
6. Traccio la circonferenza di centro O e raggio ON.
7. Traccio gli archi di centro A e B e raggio AB.
8. Si intersecano in D, sull'asse del segmento.
9. Traccio gli archi di centro D e raggio AB. (E interseca con gli archi già fatti. Unire i pun

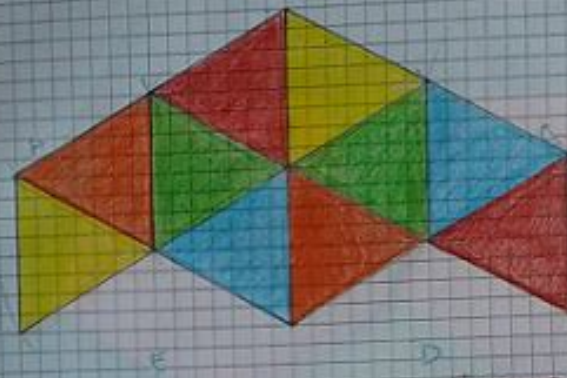
di esagono regolare di lato dato.



e) ottagono regolare di lato dato.

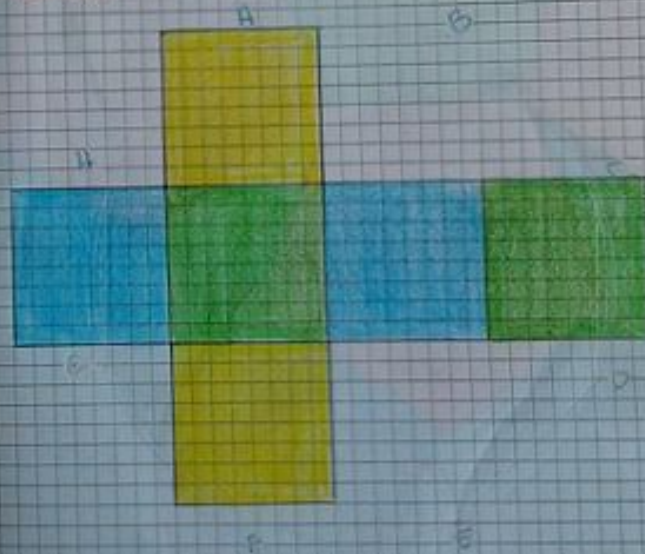


piano ricoperto con le varie figure.



Triangolo equilatero

quadrato



con triangoli equilateri e quadrati si può ricoprire integralmente il piano poiché hanno la somma di angoli interni di 360° .

$$\text{triangolo} = 60^\circ \cdot 3 = 360^\circ$$

$$\text{quadrato} = 90^\circ \cdot 3 = 360^\circ$$

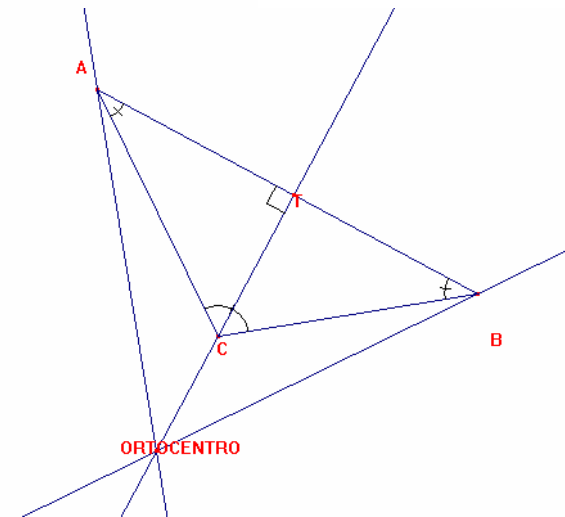
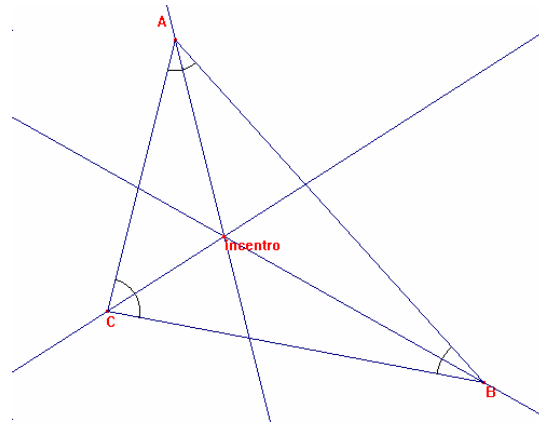
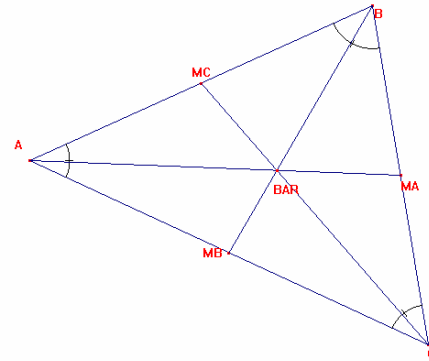


Costruzioni con riga e compasso

- Tracciare la parallela a una retta da un punto esterno alla retta.
- Dividere un segmento in numero n di parti uguali.
- Tracciare la circonferenza inscritta a un triangolo dato.
- ecc.
- Costruire poligoni regolari.

Costruzioni con riga e compasso

- Baricentro
- Incentro
- Ortocentro
- Circocentro





Trasformazioni geometriche

ISOMETRIE PIANE



ISOMETRIE

Le isometrie si suddividono:

Isometrie dirette

(non modificano l'orientamento
dei punti del piano)

Identità

Traslazione

Rotazione

Simmetria centrale

Isometrie inverse

(modificano l'orientamento dei punti)

Simmetria assiale



Criteri di congruenza

Comprendere la differenza tra la **definizione** di congruenza e **il criterio**.

Verificare ciò che dicono i criteri con costruzione di triangoli.



I criteri di congruenza dei triangoli

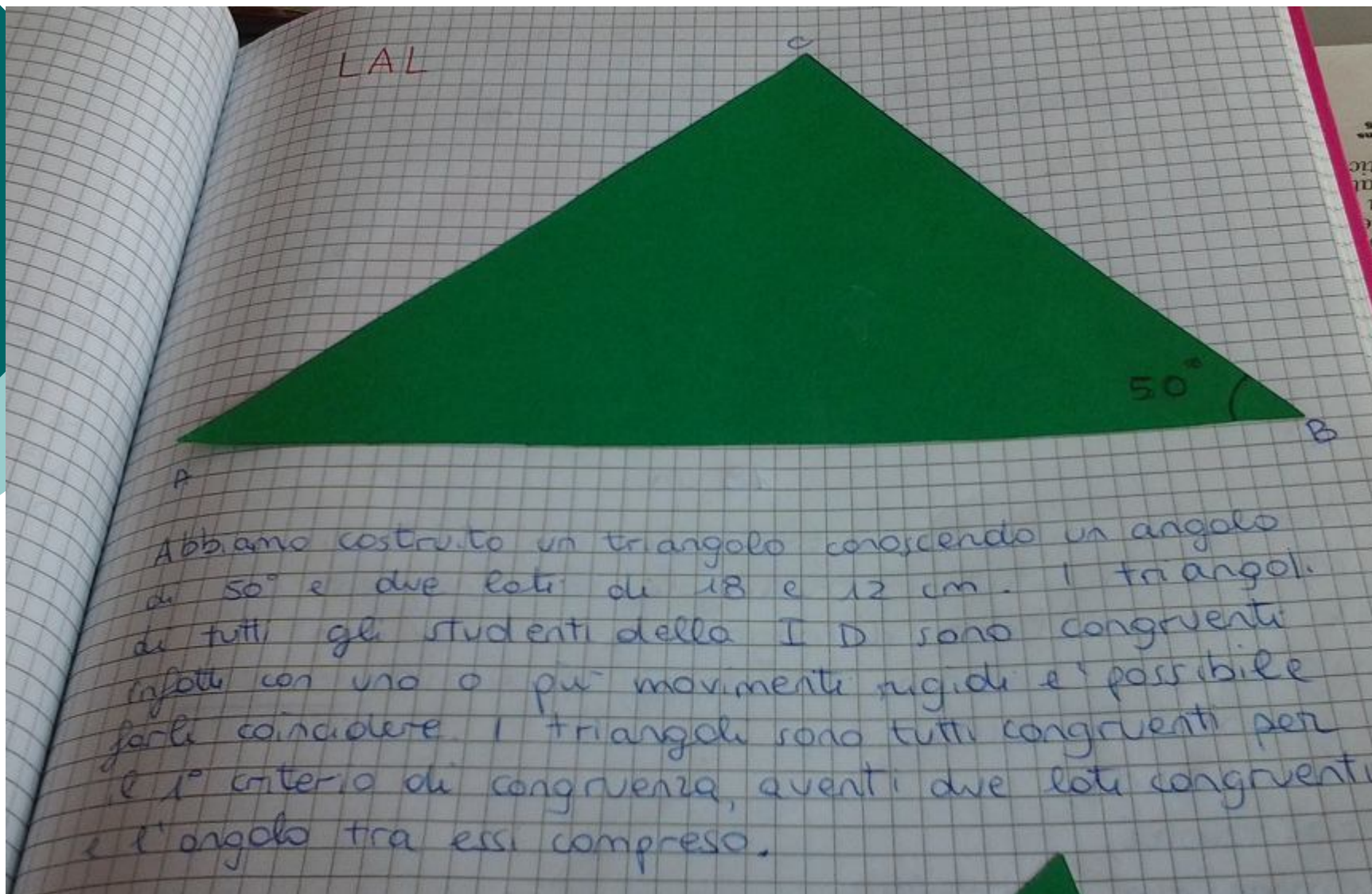
- Agli studenti viene richiesto di costruire con il cartoncino dei triangoli a casa. Vengono date le misure di alcuni lati e angoli.
- Poi gli studenti verificano l'accuratezza del lavoro assegnato, confrontandolo con quello dei compagni.
- Alcuni triangoli sono congruenti altri non lo sono, i ragazzi verbalizzano sul quaderno le loro osservazioni.



Costruzione di triangoli

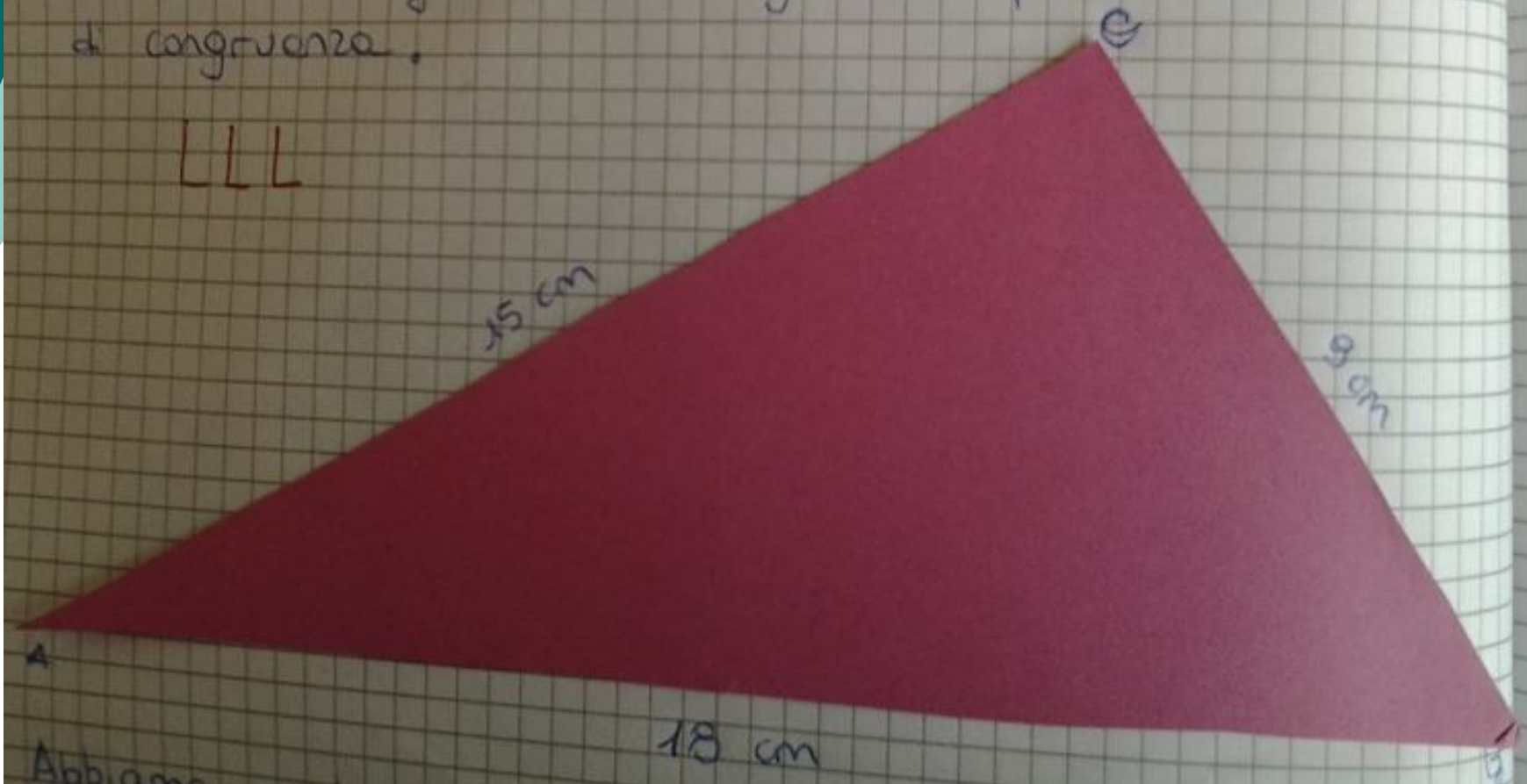
- Misure date per costruire i triangoli:
 1. - due lati 18cm 12cm e l'angolo compreso tra i due lati 50° ;
 2. - un lato 15cm e gli angoli adiacenti al lato 42° e 75° ;
 3. - i tre lati 15cm , 9 cm , 18 cm ;
 4. - un angolo di 45° e due lati di 13cm e 10cm ;
 5. - un angolo di 45° e due lati di 13cm e 18cm ;
 6. - un angolo di 120° e due lati di 10cm e 18cm .

Negli ultimi tre triangoli l'angolo non è richiesto sia compreso tra i due lati.



Abbiamo costruito un triangolo con un lato di 15 cm e gli angoli su di esso di 42° e 75° .
Tutti i triangoli sono congruenti per il 2° criterio di congruenza.

LLL





- Grazie per l'attenzione.